1. Hva er en funksjon? (avgrenser oss til reelle funksjoner)

Det er en regel $f$ samt en delmengde av $\mathbb{R}$ (definisjonsmengden $D_f$) som til $x$ i $D_f$ tilordner ett (reelt) tall $f(x)$

funksjonsuttrykk

Eksempler $f(x) = x^2 - 3$ $\quad D_f = \mathbb{R}$

$f(-1) = (-1)^2 - 3 = -2.$ etc.

funksjonen er gitt som en algebraisk formel.

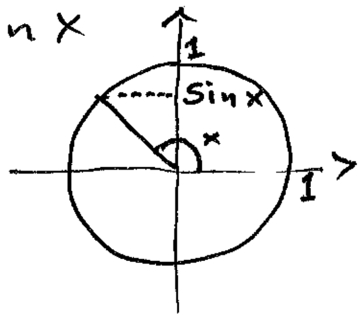
<u>Tabell</u>

| $x$ | 1 | 3 | 4 | 7 |
|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 0 | $-3$ | 81 |

$D_f = \{1, 3, 4, 7\}$

funksjonen er gitt som en tabell

Geometrisk definerte funksjoner $\quad \sin x$




Når vi skriver $f(x) = \frac{1}{x}$
er det understått at $D_f = \langle -\infty, 0\rangle \cup \langle 0, \infty\rangle$
(eller $x \neq 0$)

Den <u>naturlige definisjonsmengden</u> til et funksjonsuttrykk er alle verdier av variabelen hvor uttrykket gir mening.

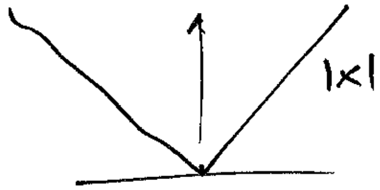
Eks $\sqrt{x}$ $\quad$ nat. def. mengden $\quad x \geq 0$ $\left( [0, \infty\rangle \right)$

$\tan x$ $\quad$ ——— $\quad x \neq \frac{\pi}{2} + \pi \cdot n$
$n \in \mathbb{Z}$
heltallene

Delt forskrift.

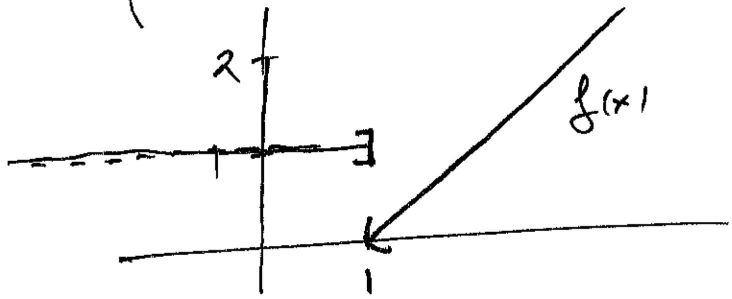
(2)

$$\sqrt{x^2} = |x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$




= forskjellige funksjonsuttrykk på ulike deler av def.mengden:

$$f(x) = \begin{cases} 1 & x \leq 1 \\ x-1 & x > 1 \end{cases}$$




---

4.5 i boka

Maksimums punkt og verdier

$f$ funksjon med def. mengde $D$

Definisjon Et maksimumspunkt for $f$ er en verdi $c \in D$ slik at $f(x) \leq f(c)$

Verdien $f(c)$ kalles maksimumsverdien til $f$.

Tilsvarende for minimumspunkt / verdi

Fellesbetegnelse er ekstremalpunkt / verdier

Eksempler: Parabel $f(x) = x^2 + bx + c$ (nat. def.) $D_f = \mathbb{R}$

Fullfører kvadratet: $f(x) = (x+\frac{b}{2})^2 + c - (\frac{b}{2})^2$

$(x+\frac{b}{2})^2 \geq 0$ for alle $x$ og lik 0 når $x = \frac{-b}{2}$

minimumspunkt : $x = \frac{-b}{2}$

minimumsverdi : $c - (\frac{b}{2})^2$.

$f(x)$ har ingen maksimumspunkt.

Ekstremalverdisetningen.

Hvis $f(x)$ er en kontinuerlig funksjon med en lukket avgrenset def. mengde, da har $f(x)$ både maksimums og minimumsverdier.

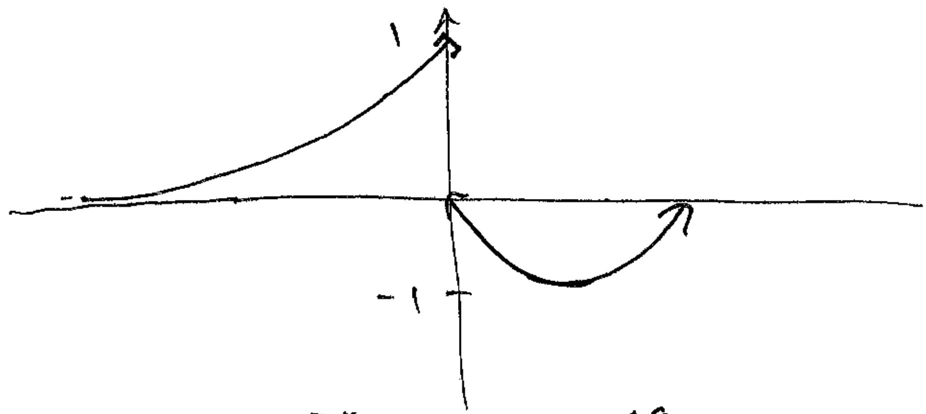
Eksempler $f(x) = x^2 + 2x = (x+1)^2 - 1$

$D_f = [-2, 3]$

$f(x)$ er kont og definert på en avgrenset lukket mengde.
Ekstremalverdisetningen sier da at $f(x)$ har både maks og minpunkt.

minimumspunkt $x = -1$, minimumsverdi $\underline{-1}$
maksimumspunkt $x = 3$, maksimumsverdi $f(3) = \underline{15}$

Funksjonen er ikke kont. og definisjonsmengde er verken åpen eller begrenset. Alikevel har funksjon både maks og minpunkt



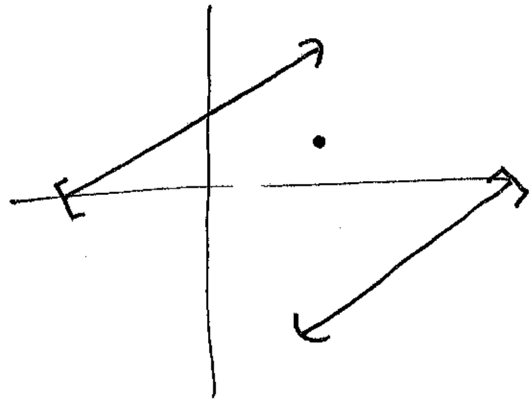

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} & x \le 0 \\ x^2 - 2x & 0 < x < 2 \end{cases}$$

3 funksjoner som ikkje har maks og min punkter

$f(x) = x \qquad D_f = \langle 1, 2 \rangle$ (ikke lukket)

$f(x) = x^3 \qquad D_f = \mathbb{R}$ (ubegrenset)

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & -1 \leq x < 1 \\ 1/4 & x = 1 \\ x-3 & 1 \leq x \leq 3 \end{cases}$$



$D_f = [-1, 3]$

(ikke kontinuerlig)