28april
26

LF til prøveeksamen

1 $\log_2|x+1| = 3$

$|x+1| = 2^3 = 8$

$x+1 = \pm 8$

$x = -1 \pm 8$

To løsninger : $\underline{x=7}$ og $\underline{x=-9}$

2. $9^x - 3^{x+1} - 4 = 0$

$(3^2)^x - 3^x \cdot 3^1 - 4 = 0$

$(3^x)^2 - 3 \cdot 3^x - 4 = 0$

2. gradslikning i $u = 3^x$

$u^2 - 3u - 4 = 0$

$(u-4)(u+1) = 0$

så $u = 3^x = 4$ eller $3^x = -1$ ingen løsning

$\ln 3^x = \ln 4$

$x \ln 3 = \ln 4$

Løsningen er $\underline{x = \frac{\ln 4}{\ln 3}}$

3 $p(x) = ax^2 + bx + 3$

L1 $p(-1) = a - b + 3 = 0$ Likningsystem.

L2 $p(2) = 4a + 2b + 3 = 0$

2L1 + L2 gir $2a + 4a + 0 \cdot b + 2 \cdot 3 + 3 = 0$

$6a + 9 = 0$

$a = -9/6 = \underline{-3/2}$

L1 gir $b = a + 3 = -3/2 + 3$

$= \underline{3/2}$

Løsningen er
$a = 3/2$
$\underline{b = -3/2}$

4
$$a_1 + \overset{\text{2 ledd}}{a_1 \cdot k} + a_1 \cdot k^2 + \overset{\text{4 ledd}}{a_1 k^3} + a_1 k^4 + \dots$$

$a_1 \cdot k = 1$, $a_1 = 1/k$

$a_1 \cdot k^3 = 0.04 = \frac{1}{25}$

så $k^2 = \frac{a_1 k^3}{a_1 k} = \frac{1}{25}$

$k = \pm \frac{1}{5}$

To løsninger: $k = \frac{1}{5}$ og $a_1 = 5$
$k = -\frac{1}{5}$ og $a_1 = -5$.

Summen eksisterer når $|k|<1$

og er da lik

$$a_1 \frac{1}{1-k} = \frac{a_1}{1-k}.$$

Det er to mulige summer:

$k=\frac{1}{5}$ gir summen $5 \cdot \frac{1}{1-\frac{1}{5}}$

$$= \frac{25}{5-1} = \underline{\underline{\frac{25}{4}}}$$

$k=\frac{-1}{5}$ — " — $(-5)\frac{1}{1-(-\frac{1}{5})}$

$$= \frac{-25}{5+1} = \underline{\underline{\frac{-25}{6}}}$$

5 Skriptet kjører en for-løkke og regner ut $\sum_{n=1}^{100} \frac{1}{n}$.

Modifisert kode

```
N = 297
sum = 0
for i in range(N):
    sum = sum + 1/(i+4)**2
sum = sum /3
print("summen er:", sum)
```

6 $\cos(2x) \geq \cos x$ $\quad x \in [0, 2\pi]$

$\cos(2x) = \cos^2 x - \underbrace{\sin^2 x}_{1-\cos^2 x}$ dobling av vinkel Pythagoras.

$\cos(2x) = 2\cos^2 x - 1$

$2\cos^2 x - \cos x - 1 \geq 0$

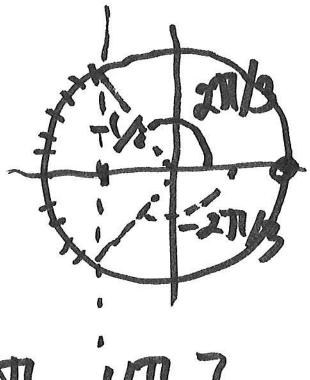
2. grads ulikhet i $\cos x$.

$(2\cos x + 1)(\cos x - 1) \geq 0$

Løsning $\cos x = 1$ $\quad x=0$ og $x = 2\pi$

eller $2\cos x + 1 \leq 0$

$\cos x \leq \frac{-1}{2}$



Løsningene er

$x=0$, $x=2\pi$ og $x \in \left[\frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}\right]$

7 $$f(x) = \frac{x}{x^2+1}$$

$$f'(x) = \frac{(x)'(x^2+1) - x\cdot(x^2+1)'}{(x^2+1)^2}$$

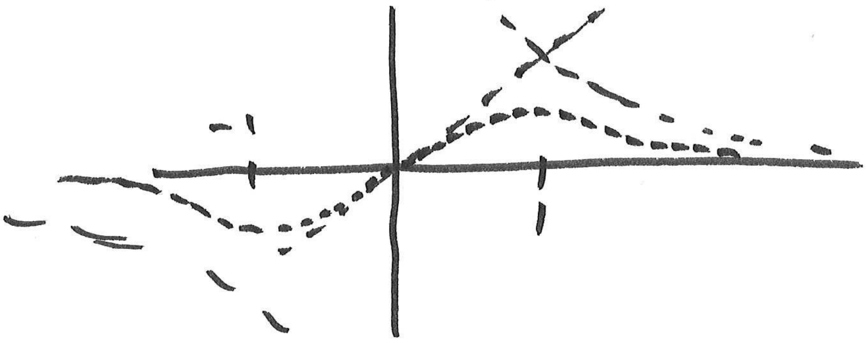
$$= \frac{x^2+1 - x\cdot 2x}{(x^2+1)^2} = \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}.$$

$$f'(x) = 0 \iff 1-x^2 = 0$$

$$x^2 = 1$$

$$x = -1 \text{ og } x = 1.$$

grovi skisse



Toppunkt i $(1, \frac{1}{2})$

Bunnpunkt i $(-1, -\frac{1}{2})$

b) $f'(x) = \dfrac{1-x^2}{(x^2+1)^2} = (1-x^2)\cdot(x^2+1)^{-2}$

prod. regel

$$f''(x) = (1-x^2)'(x^2+1)^{-2} + (1-x^2)\left((x^2+1)^{-2}\right)'$$

$$= -2x\,(x^2+1)^{-2} + (1-x^2)(-2)(x^2+1)^{-3}\underbrace{(x^2+1)'}_{2x}$$

$$= \frac{-2x(x^2+1) - 2\cdot 2x(1-x^2)}{(x^2+1)^3}$$

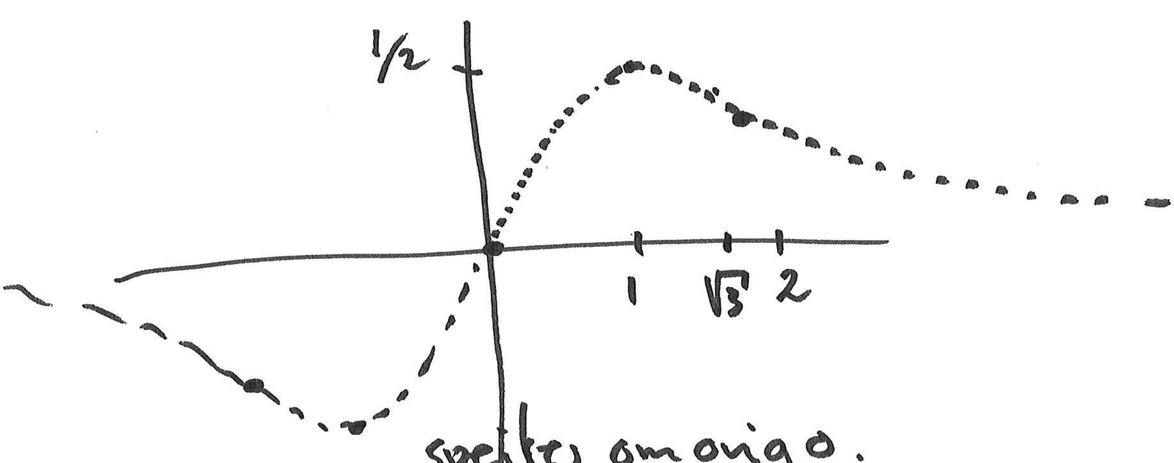
$$f''(x) = \frac{-2x(x^2+1+2-2x^2)}{(x^2+1)^3}$$

$$= \frac{-2x(3-x^2)}{(x^2+1)^3}$$

$f''(x) = 0$ når $x = 0$, $x = -\sqrt{3}$
$x = \sqrt{3}$.

Vendepunkt i $(0,0)$
$\left(\pm\sqrt{3}, \dfrac{\pm\sqrt{3}}{4}\right)$

(Den dobbeltderiverte skifter fortegn)



speiles om origo.

8 $\quad \vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA}$

a) $\quad = [1,4,3] - [1,2,4]$

$\vec{AB} = \underline{[0,2,-1]}$

$\vec{AC} = \vec{OC} - \vec{OA}$

$= [2,2,5] - [1,2,4]$

$= [1,0,1]$.

Vinkelen v mellom $\vec{AB}$ og $\vec{AC}$:

$$\cos v = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{|\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}|} = \frac{-1}{\sqrt{2 \cdot 5}} = \frac{-1}{\sqrt{10}}$$

$$v = \arccos\left(\frac{-1}{\sqrt{10}}\right)$$

b) Punktene ligger i planet (og ikke på en linje), så de bestemmer planet

A: $\quad -2(1) + 2 + 2(4) = 8$

B: $\quad -2(1) + 4 + 2(3) = 8$

C: $\quad -2(2) + 2 + 2\cdot(5) = 8$ ✓

Punktene på linjen gjennom P og parallell til z-aksen har koordinater $(3,4,z)$.

Vi setter inn og løser for z:

$-2(3) + 4 + 2(z) = 8$ $\quad$ så $\quad 2z = 8 + 6 - 4 = 10$

$z = \underline{5}$

Skjæringspunktet er $\underline{(3,4,5)}$.