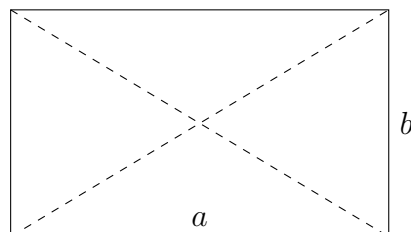


Oppgaver Fork1120 - Matematikk forkurs OsloMet

1. januar 2026

Et rektangel (rettvinkla firkant) med sidelengder a og b har areal ab og omkrets (summen av lengdene på sidene) lik $2(a + b)$. Rektangelet har to diagonallinjer (de stippla linjene nedenfor). Fra Pytagoras sin sats har begge disse diagonallinjene lengder lik $\sqrt{a^2 + b^2}$.



Oppgave 1. Et rektangel har areal lik 4 kvadratmeter, og omkrets lik 17 meter. Finn lengden til sidene i rektangelet

Oppgave 2. Finn lengden til sidene til alle rektangler slik at arealet, i enhet kvadratmeter, er lik omkretsen, i enhet meter.

Oppgave 3. a) Finn sidene i et kvadrat med sidelengder s , med enhet meter, slik at summen av arealet pluss omkretsen (ganget med 1 meter) er lik 10 kvadratmeter.

b) Finn lengdene til sidene i alle rektangler som oppfyller de samme egenskapene som i a). (Beskriv lengden til den ene siden ved hjelp av lengden til den andre siden.)

Oppgave 4. Vis at forholdet mellom lengden på diagonalen og omkretsen til et rektangel

$$\frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2(a + b)}$$

er minst mulig når sidene er like lange. Med andre ord, når rektangelet er et kvadrat. Det dobbelte av lengden til diameteren er alltid mindre enn omkretsen. Spesielt så følger det at forholdet mellom diameteren og omkretsen ligger mellom $1/2\sqrt{2}$ og $1/2$.

Oppgave 5. Hva er forholdet mellom sidene i et rektangel, når forholdet mellom diameteren og omkretsen er lik $2/5$?

Oppgave 6. La $R > r > 0$. Vi lar S være området som ligger mellom en sirkel med radius $R + r$ og en sirkel med radius $R - r$, som er inneholdt i den største sirkelen. Vis at arealet til S er lik $4\pi rR$.

Oppgave 7. Hva er det største forholdet: Arealet til en sirkel delt på arealet til det største kvadratet inneholdt i sirkelen, eller arealet til et kvadrat delt på arealet til den største sirkelen inneholdt i kvadratet? Hva tror du (før du gjør utregninger)? Regn gjerne ut de to forholdene, og avgjør hvem som er størst.

HINT:

1. Vi får et ikke-lineært likningssystem med to ukjente og to likninger. Eg skriver likningssystemet opp for denne oppgaven. Variablene a og b er positive og oppfyller

$$ab = 4 \quad 2(a + b) = 17$$

2. Vi får én likning med to ukjente. Uttrykk den ene variabelen ved hjelp av den andre

3. a) Vi får en kvadratisk likning med én positiv ukjent s . Løs for s . b) Vi får én likning med to positive ukjente. Uttrykk den ene variabelen ved hjelp av den andre, og oppgi mulige gyldige verdier til den første variabelen.

4. Her kan dere for eksempel benytte derivasjon til å bestemme når uttrykket for forholdet blir minst mulig.

5. Sett forholdet i oppgave 4 lik 0.4 og løs den irrasjonale likningen.

6. Arealet til en sirkel med radius k er lik πk^2 . Det er det samme hvor den minste sirkelen er plassert, så lenge den ligger helt inni den største. Dere kan, om dere ønsker, gå utifra at de har sentrum i samme punkt.

7. Tegn gjerne opp noen figurer. Gjett gjerne på hva dere tror forholdet er før dere regner det ut. Merk dere at i et kvadrat så er diagonalen lik $\sqrt{2}a$, hvor a er sidelengden i kvadratet.