Innlevering	Fork1120 - Matematikk forkurs OsloMet
	Obligatorisk innlevering 6
Innleveringsfrist	Torsdag 12. mars 2026
Antall oppgaver:	11

Oppgave 1. Gitt følgende fire punkt i rommet:

$$A(2,4,6) \qquad B(6,-3,3) \qquad C(6,-2,4) \qquad D(-6,3,9)$$

Finn koordinatene til summene nedenfor. Forenkl gjerne vektorsummene først.

a) Finn summen av vektorene $\overrightarrow{AB}$ og $\overrightarrow{BC}$. (Dette er lik vektoren $\overrightarrow{AC}$ etc.)

b) Finn summen

$$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$$

c) Finn summen

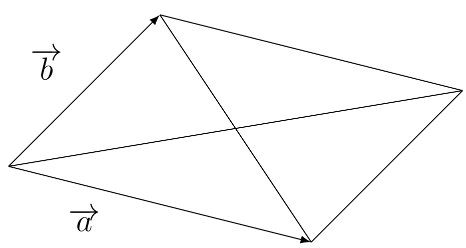
$$\overrightarrow{AD} - 2\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB}$$

d) Finn summen

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DA}.$$

Oppgave 2. Bestem vinkelen mellom vektorene $\vec{u} = [1.3, -4.7]$ og $\vec{v} = [3.3, 3.5]$. Hva er vinkelen mellom to linjer parallelle til vektorene?

Oppgave 3. Vis at summen av kvadratet av lengdene til hver av de fire sidene i et parallellogram er lik summen av kvadratene av lengdene til de to diagonallinjene i parallellogrammet. (Dette fører til Apollonius sin identitet. Finn gjerne ut hva dette resultatet sier, og vis det.) Hint: La parallellogramet være utspent av to vektorer $\vec{a}$ og $\vec{b}$.



Oppgave 4. Vi har gitt to vektorer $\vec{a}$ og $\vec{b}$ slik at $|\vec{a}| = 1$ og $|\vec{b}| = 2$ samt at vinkelen mellom $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er 120 grader. Bestem lengden til følgende vektorer og bestem vinkelen mellom dem

$$\vec{u} = -2\vec{a} + 2\vec{b} \qquad \text{og} \qquad \vec{v} = -3\vec{a} + \vec{b}$$

Oppgave 5. Gitt to ikke-parallelle vektorer $\vec{a}$ og $\vec{b}$. La

$$\mathbf{u} = 2\vec{a} + \vec{b} \qquad \text{og} \qquad \mathbf{v} = \vec{a} - 4\vec{b}$$

a) Beskriv den lineære kombinasjonen $2\mathbf{u} - 3\mathbf{v}$ som en lineær kombinasjon i $\vec{a}$ og $\vec{b}$.

b) Finn skalarene s og t slik at $s\mathbf{u} + t\mathbf{v} = \vec{a} - \vec{b}$.

c)* Bestem alle lineære kombinasjoner $\mathbf{c}$ av $\overrightarrow{a}$ og $\overrightarrow{b}$ slik at de følgende to vektorene blir parallelle

$$\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} + \mathbf{c} \quad \text{og} \quad 5\overrightarrow{a} - 3\overrightarrow{b} + 2\mathbf{c}$$

Oppgave 6. Finn korteste avstand fra punktet $P(1, 2, 3)$ til linjen parametrisert som

$$[x, y, z] = [4, 3, 2] + s[2, 2, 1]$$

for reelle tall s. Finn også koordinaten til punktet på linjen som er nærmest P.

Oppgave 7. Gitt tre punkter $A(0, 2, 0), B(2, 2, 2)$ og $C(4, 3, 1)$ i rommet.

a) Finn vinkelen $\angle ABC$

b) Finn en parametrisering av planet som inneholder de tre punktene A, B og C.

c) Finn en likning for planet i b) og bestem arealet til trekanten ABC.

d) Et fjerde punkt $D(4, 6, -4)$ er gitt. Regn ut volumet til tetraederet $ABCD$.

Oppgave 8. To plan i rommet er gitt ved $2x - y - z = 12$ og ved $-x + 5y + 2z = 0$.

a) Finn vinkelen mellom de to plana.

b) De to plana snitter i en linje. Finn en enhetsvektor parallell til denne linjen, og finn en parametrisering av linjen.

Oppgave 9.* En linje L går gjennom punktet $(2, -1, 14)$ og har retningsvektor $[-1, -2, 1]$. Bestem verdiene til parameteren a slik at linjen L er parallell til (en linje i) planet som går gjennom origo samt de to punktene $(2 + a, -7, 3)$ og $(a, 2 - a, 0)$.

Oppgave 10.

a) Finn korteste avstand fra punktet $(8, 5, 4)$ til planet gitt ved

$$-x + 2y - z = 3$$

b)* Finn den korteste avstanden mellom linjen som går gjennom $(1, 1, -2)$ og har retningsvektor $[2, 1, 3]$ og linjen gjennom origo som har retningsvektor $[3, -2, 1]$

Oppgave 11. La $\mathbf{u}$ og $\mathbf{v}$ være to vektorer som ikke er parallelle.

a) Vis at de to vektorene $\mathbf{u} + \mathbf{v}$ og $\mathbf{u} - \mathbf{v}$ er ortogonale hvis og bare hvis $|\mathbf{u}| = |\mathbf{v}|$.

b)* Anta $\mathbf{u}$ har lengde 1. Når finnes det en vektor $\mathbf{v}$ slik at $\mathbf{u} + \mathbf{v}$ er ortogonal til $\mathbf{u} + 2\mathbf{v}$? Bestem de mulige lengdene $v = |\mathbf{v}|$, og finn et uttrykk for vinkelen mellom $\mathbf{u}$ og $\mathbf{v}$ som en funksjon av v.