

Innlevering i FORK1120 - Matematikk forkurs OsloMet
Obligatorisk innlevering 3
Innleveringsfrist Tirsdag 18. november 2025 kl 12:15
Antall oppgaver: 10

Alle svar skal begrunnes. Funksjonene har den naturlige definisjonsmengden hvis ikke annet er oppgitt. Benytt gjerne Geogebra eller lignende program, men regn mest mulig for hånd. For eksempel regn ut de deriverte selv, ikke benytt et regneprogram til å finne dem. (Men sammenlign gjerne dine utregninger med det du får ved å benytte Geogebra.)

Oppgave 1. Løs følgende likninger og ulikheter ved regning, og oppgi svarene eksakt.

1. $10^x = 5$

2. $\log|x + 2| = 1$

3. $3 \cdot 2^x = 10^x$

4. $32^x \geq 5 \cdot 10^x$

5. $\log|\ln|x|| < 1$

6. $e^{2x} + e^x - 6 = 0$

7. $\log(x) + \log(x + 2) = 2$

Oppgave 2. Vis at for positive a så er

$$a + \frac{1}{a} \geq 2$$

og vi har likhet bare når $a = 1$. Vis gjerne dette uten bruk av derivasjon. Resultatet kan tolkes som at omkretsen til et rektangel med areal lik 1 er minst når rektangelet er et kvadrat: Hvis den ene siden har lengde a , da må den andre siden ha lengde $1/a$ siden arealet er lik 1. Omkretsen til rektangelet er lik $2(a + 1/a)$.

Oppgave 3. Deriver de følgende funksjonene.

$$a(x) = 4x^9 \quad b(x) = -x^5 + 2x^4 + 5x^2 - 13 \quad c(x) = \frac{4x^6}{3} + \frac{x^7}{2x^3} + \frac{2 - 3x}{5} + \frac{3}{4} \quad x \neq 0$$

$$d(x) = 7(8 - 3x)^5 \quad e(x) = \frac{1}{5 + x} + \sqrt{5 + x} + \sqrt{4 + 8x} \quad f(x) = \frac{x^4 - 3x^2 - 4}{x - 2}$$

Oppgave 4. Finn tangent- og normallinjene til funksjonene

$$j(x) = x^4 + 2x \quad \text{i} \quad (-2, 12)$$

$$k(x) = \sqrt{3 + 11x} \quad \text{i} \quad (2, 5)$$

Oppgave 5. Bestem de to positive reelle tallene a og b slik at $a + b = 10$ og summen

$$\frac{2}{a} + \frac{3}{b}$$

blir minst mulig.

Oppgave 6. For hver av de seks funksjonene nedenfor:

1. Beskriv den naturlige definisjonsmengden D_f til funksjonen
2. Finn diskontinuitetene
3. Finn verdiene i D_f hvor funksjonen ikke er deriverbar, og finn den deriverte til funksjonen (hvor den eksisterer).

$$l(x) = \sqrt{9 - x}$$

$$m(x) = \frac{x^2}{x - 2}$$

$$n(x) = |x| - |x - 2|$$

$$o(x) = |x^2 - 9|$$

$$p(x) = \begin{cases} 3x + 1 & x \leq 1 \\ 3x - 1 & 1 < x \end{cases}$$

$$q(x) = \begin{cases} 1 & x \leq -1 \\ x^2 & -1 < x < 1 \\ -x^2 + 4x - 2 & x \geq 1 \end{cases}$$

Oppgave 7. Bestem a og b slik at funksjonen

$$r(x) = \begin{cases} ax^3 + bx & x < -1 \\ x^2 + b & x \geq -1 \end{cases}$$

blir deriverbar for alle x .

Oppgave 8. Gitt funksjonen

$$s(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 14$$

Finn alle verdiene x slik at tangentlinjen i punktet $(x, s(x))$ til grafen til $s(x)$, er parallell til linjen $y = -24x - 13$.

Oppgave 9. For de fem funksjonene nedenfor finn: Asymptotene, topp- og bunnpunkt, samt monotoniegenskapene. Lag gjerne en enkel skisse av grafen til funksjonene.

$$t(x) = 3x + \frac{1}{x} \quad u(x) = \frac{4x + 3}{x + 1} \quad v(x) = \frac{x + 2}{x^2 - 2} \quad w(x) = \frac{4}{3}$$

$$y(x) = \frac{x^3 - 2x^2 + x - 2}{x^2 - 4}$$

Oppgave 10. Deriver funksjonene

$$a(x) = x^e + e^x \quad b(x) = 2^x 5^{x+1} \quad c(x) = \frac{3}{e^{2x}}$$

$$d(x) = \frac{x^2}{(2^x)^3} \quad e(x) = \frac{e^{2x^3}}{3x + 2} + 2e^3 \quad f(x) = \log \left| \frac{2}{3x + 1} \right|$$

$$g(x) = x^2 3^{1/x} \quad h(x) = \log \sqrt{1 + x^2} \quad i(x) = (e^x)^4 \log |3 - x|$$