15.09
25

# 4E

Potenslikninger $x^n = a$ x ukjent

Eksponentlikninger $a^x = b$ x ukjent

(a, b, n parametre, bestemt i hver likning)

---

Vi har: $\sqrt[n]{x^n} = \begin{cases} x & \text{for alle } x \text{ når } n \text{ er odde} \\ |x| & \text{for alle } x \text{ når } n \text{ er jevn (partall)} \end{cases}$

$\sqrt[3]{64} = 4$ $\quad \sqrt[3]{-64} = -4$ $\quad \sqrt[6]{2^6} = 2$

$\sqrt[6]{(-2)^6} = \sqrt[6]{64} = 2 = |-2|$.

Generelt er løsningene til en potenslikning gitt ved:

n odde: $x^n = a$ har løsning $x = \sqrt[n]{a}$, for alle a

n jevn: $x^n = a$ har ingen løsning når $a < 0$

har løsningene $x = \pm\sqrt[n]{a}$ når $a \geq 0$

En måte å finne løsningene til $x^n = a$ er å ta n-te roten på begge sider (bare definert for $a \geq 0$ når $n$ er et partall).

$$\sqrt[n]{x^n} = \sqrt[n]{a}$$

Dette gir $x = \sqrt[n]{a}$ $n$ odde

$|x| = \sqrt[n]{a}$ $n$ jevn

som vil si $x = \sqrt[n]{a}$ og $x = -\sqrt[n]{a}$.

Vi kan også se på likninger $x^r = a$ hvor $r$ ikke nødvendigvis er et heltall.

Hvis vi avgrenser oss til $x, a > 0$ så får vi $x^r = a$

$$\Updownarrow$$

$$x = (x^r)^{1/r} = a^{1/r}$$

# Eksempler / oppgaver

(Forslag til løsning er vedlagt)

Løs likningene

1. $x^8 = (49)^4$
2. $(1+x^2)^2 = 25$
3. $(1-x^2)^2 = 25$
4. $(-2+3x^2)^2 = 1$
5. $x^6 + 3x^2 = 0$
6. $\sqrt{x} = 4$
7. $\sqrt[3]{x} = -3$
8. $\sqrt[3]{x} = 2\sqrt{x}$

9 $\sqrt{2x+1} = 4$

10 $\sqrt[3]{10-x^2} = 2$

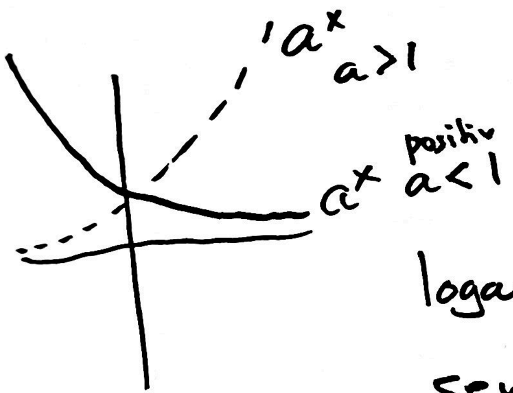
11 $\sqrt[3]{2x}\sqrt{5x}\sqrt[6]{x} = 3$

12 $\sqrt[3]{x}\sqrt{x}\sqrt[6]{x} = -2$

13 $x^{2/3} = 36$

14 $\sqrt{x} + 2\sqrt[4]{x} - 8 = 0$

15 $\sqrt[3]{x} - \sqrt[6]{x} = 6$




Entydig løsning til $a^x = b > 0$

# Eksponentlikninger

$a^x = b$ løses generelt med logaritme funksjoner. Vi kommer til dem i 7A senere i høst. Vi kan nå nevne at logaritmen med grunntall a nettopp er definert ved $\log_a(a^x) = x$.

Her må $a>0$ og $a \neq 1$.

Vi ser nå på noen enkle oppgaver hva vi kan "se" hva eksponenten må være.

To eksempler: * $2^x = \frac{1}{4}$

siden $\frac{1}{4} = \frac{1}{2^2} = (2^2)^{-1} = 2^{-2}$

så må $x = -2$

* $4^x = 2\sqrt{2}$ uttrykker likningen med felles grunntall.

$(2^2)^x = 2 \cdot 2^{1/2}$ så $2^{2x} = 2^{1+1/2}$. Løsningen er $x = (3/2)/2 = \underline{3/4}$

16 $2^x = 32$

17 $2^{x^2} = 64$

18 $5^{x+5} = 25$

19 $(1/3)^{2x} = 81$

20 $5^{x^2-2x} = 125$

21 $3 \cdot 2^{x+1} = 96$

22 $8^x = \frac{1}{2}$

23 $4^x \cdot (2^x)^x = 256$

24 $49^{x^2+x} = 7$

25 $x^x = 27$