

Forslag til løsninger til opgave  
gitt 15 sep.

1.  $x^8 = (49)^4$

$$|x| = \sqrt[8]{(x^8)} = \sqrt[8]{49^4} = (49^4)^{1/8} = 49^{1/2}$$

$$|x| = 49^{1/2} = \sqrt{49} = 7$$

Løsningene er  $x = -7$  og  $7$

2.

$$(1 + x^2)^2 = 25$$

$$|1 + x^2| = \sqrt{25} = 5$$

$$\text{Så } 1 + x^2 = \pm 5$$

$$x^2 = -1 \pm 5$$

$$x^2 = -6 \text{ har ingen løsninger}$$

$$x^2 = -1 + 5 = 4$$
$$|x| = \sqrt{4} = 2$$

Løsningene er  $x = -2$  og  $2$

3.

$$(1-x^2)^2 = 25$$

$$|1-x^2| = 5$$

$$1-x^2 = \pm 5$$

$$\text{så } x^2 = 1 \pm 5$$

$$x^2 = -4 \text{ ingen lösning.}$$

$$x^2 = 1+5 = 6$$

$$\text{så } |x| = \sqrt{6}$$

$$\text{Lösningarna är } x = -\sqrt{6} \text{ og } \sqrt{6}$$

4

$$(1-2+3x^2)^2 = 1$$

$$-2+3x^2 = \pm 1$$

$$x^2 = \frac{1}{3}(2 \pm 1) = \frac{3}{3} = 1$$

Lösningarna är

$$\text{så } x^2 = \frac{1}{3}(2 \pm 1)$$

$$\text{eller } x^2 = \frac{1}{3}(2-1) = \frac{1}{3}$$

$$x = -1, 1, \sqrt{\frac{1}{3}} \text{ og } \sqrt{\frac{1}{3}}$$

$$5 \quad x^6 + 3x^2 = 6$$

$$x^2(x^4 + 3) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ eller } x^4 + 3 = 0$$

$x^4 + 3 \geq 3$  for alle  $x$ , så  $x^4 + 3 = 0$  har ingen

løsning.

Løsningen er  $x = 0$

$$6 \quad \sqrt{x} = 4 \quad \text{så} \quad \underline{x = (\sqrt{x})^2 = 4^2 = 16}$$
$$(\gt 0) \quad \text{så} \quad \underline{x = (\sqrt[3]{x})^3 = (-3)^3 = -27}$$

$$7 \quad \sqrt[3]{x} = -3 \quad \text{så} \quad x = (\sqrt[3]{x})^3 = (-3)^3 = \underline{-27}$$

$$8 \quad \sqrt[3]{x} = 2\sqrt{x} \quad \text{Her må vi} \quad x \geq 0.$$
$$x^{1/3} = 2 \cdot x^{1/2} \quad | \cdot x^{-1/3} \quad \text{giver}$$
$$1 = 2 \cdot x^{1/2 - 1/3} = 2 \cdot x^{1/6}$$
$$x^{1/6} = \frac{1}{2}$$
$$x = \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \underline{\underline{\frac{1}{64}}}$$

$$9 \quad \sqrt{2x+1} = 4 \quad (50)$$

$$2x+1 = 4^2$$

$$2x = 16 - 1 = 15$$

$$\underline{x = 15/2}$$

10

$$\sqrt[3]{10-x^2} = 2$$

$$10 - x^2 = 2^3 = 8$$

$$\text{Så } x^2 = 10 - 8 = 2$$

$$\text{Lösningarna är } \underline{x = \pm\sqrt{2}}$$

Lägg märke till att  $\sqrt{x} = -4$  ikke har en lösning!

Hva er galt i argumentet:  
 $\sqrt{x} = -4$       Så  $x = (\sqrt{x})^2 = (-4)^2 = 16$  ?

11  $\sqrt[3]{2x} \sqrt{5x} \sqrt{x} = 3$

Her min  $x > 0$

$(2x)^{1/3} (5x)^{1/2} x^{1/6} = 3$

Så  $2^{1/3} \cdot 5^{1/2} \cdot \underbrace{x^{1/3 + 1/2 + 1/6}}_x = 3$

Løsning er  $x = \frac{3}{2^{1/3} \cdot 5^{1/2}} \quad (= \frac{3}{\sqrt[2]{21}\sqrt[3]{5}})$

12  $\sqrt[3]{x} \sqrt{x} \sqrt{x} = -2$  bare definiert for  $x > 0$   
 $= -2 < 0$

Ingen løsning

$x = x' = x^{1/3 + 1/2 + 1/6}$

13  $x^{2/3} = 36$  (30) Så  $x = (36)^{3/2}$   
 $= (36^{1/2})^3$

$= 36 \cdot 6 = 36 \cdot 5 + 36$   
 $x = 180 + 36 = \underline{216}$

14

$$\sqrt{x} + 2\sqrt[4]{x} - 8 = 0$$

Uthyldest er  
definitivt for  $x \geq 0$

Dette er en 2. grads likning i  $\sqrt[4]{x}$   
La  $y = \sqrt[4]{x}$ , da er  $y^2 = (x^{1/4})^2 = x^{1/2} = \sqrt{x}$

$$y^2 + 2y - 8 = 0 = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot (-8)}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 \pm \sqrt{4+32}}{2} = \frac{-2 \pm 6}{2}$$

$$y = 2 \quad \text{og} \quad y = -4.$$

$$\sqrt[4]{x} = 2 \quad \text{og} \quad \sqrt[4]{x} = -4 \quad (< 0)$$

ingen løsning

$$x = 2^4 = 16$$

Løsningen er  $x = 16$

15

$$3\sqrt{x} - 6\sqrt{x} = 6$$

Dette er en 2. grads likning

$$; \quad y = 6\sqrt{x} \quad ; \quad y^2 - y = 6 = 0$$

Løse for  $y$  :

$$y = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot (-6)}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{2} = \frac{1 \pm 5}{2} \rightarrow$$

(15)

$$\sqrt{x} = \frac{1+5}{2} = 3$$

eller

$$\sqrt{x} = \frac{1-5}{2} = -2 \quad (< 0)$$

ingen løsning siden negativ

$$x = 3^6$$

$$= 3^4 \cdot 3^2$$

$$= 81 \cdot 9$$

$$= (80 \cdot 9) + 9$$

$$= \underline{720 + 9} = \underline{729}$$

Løsningen er 729.

16

$$2^x = 32$$

siden

$$2^5 = 32,$$

så er løsningen

$$\underline{x = 5}$$

17

$$2^{x^2} = 64$$

$$2^6 = 64 \quad \text{så}$$

$$x^2 = 6$$

Løsningene

er

$$x = \pm \sqrt{6}$$

$$18 \quad 5^{-x+5} = 25$$

$$5^{x+5} = 5^2$$

 $\Leftrightarrow$ 

$$x+5 = 2$$

$$x = 2-5 = -3$$

Lösungen  $x = \underline{-3}$

19

$$(1/3)^{2x} = 81$$

$$81 = 9^2 = (3^2)^2 = 3^4$$

$$(3^{-1})^{2x} = 3^4$$

$$3^{-2x} = 3^4$$

$$\Leftrightarrow -2x = 4$$

$$\Leftrightarrow x = -4/2 = -2.$$

Lösungen  $x = \underline{-2}$

20

$$5^{-x^2-2x} = 125 = 5^3$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x = 3$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot (-3)}}{2}$$

2 quadr. Lösungen.

Lösungen  $x =$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{2 \pm 4}{2} = 1 \pm 2$$

$$\underline{x = -1 \text{ oder } 3}$$

$$21 \quad 3 \cdot 2^{x+1} = 96$$

$$2^{x+1} = 96/3 = 32 = 2^5$$

$$x+1 = 5$$

$$\text{Løsning: } x = 5 - 1 = \underline{4}$$

$$8 = 2^3 \text{ og } \frac{1}{2} = 2^{-1}$$

22

$$8^x = 1/2$$

$$(2^3)^x = 2^{-1}$$

$$2^{3x} = 2^{-1}$$

$$\Leftrightarrow 3x = -1$$

$$\text{Løsningen er: } \underline{x = -1/3}$$

23

$$4^x (2^x)^x = 256$$

$$(2^2)^x 2^{x \cdot x} = 2^8$$

$$2^{x^2+2x} = 2^8$$

$$\Leftrightarrow x^2+2x = 8$$

$$\Leftrightarrow$$

$$x^2+2x-8 = 0$$

$$(x+4)(x-2) = 0$$

$$\text{Løsningene er } \underline{x = -4 \text{ og } x = 2}$$

24  $49^{x^2+x} = 7$

$= \sqrt{49} = 49^{1/2}$

$\Leftrightarrow x^2 + x = 1/2$

$\Leftrightarrow x^2 + x - 1/2 = 0$

$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1/2)}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2}$

Løsningene er  $x = \frac{-1 - \sqrt{3}}{2}$  og  $\frac{-1 + \sqrt{3}}{2}$

25  $x^x = 27$  (det for  $x > 0$ )  $2^2 = 4$   $3^3 = 27$   
 Ser at en løsning er  $x = 3$ .

\*  $x > 1$   $x^x$  økende  
 \*  $0 \leq x \leq 1$  grunnhelt mellom 0 og 1. positiv eksponent. Så  $0 \leq x^x \leq 1$

Så  $x = 3$  er eneste løsning.

4.80 d) Løs likningen  
(boken)

$$3 \cdot x^{5/4} = 67$$

Løsning.

$$x^{5/4} = \frac{67}{3} \quad (= \frac{66+1}{3} = 22 + \frac{1}{3})$$

$$x = \left(\frac{67}{3}\right)^{4/5} \sim 11.999491\dots$$
$$\approx \underline{\underline{12}}$$

e)

$$2x^6 + 12 = 0$$

$$2x^6 = -12$$

$$x^6 = -12/2 = -6$$

$$x^6 = (x^3)^2 \geq 0 \text{ for alle } x,$$

Det er ingen løsning (for  $x$ ).

4.81 f)

$$9 \cdot 2^x = 4 \cdot 3^x$$

$$\frac{9}{4} = \frac{3^x}{2^x} = \left(\frac{3}{2}\right)^x$$

$$\frac{3^2}{2^2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^x$$

Så  $x = 2$

Alternativt

$$3^2 \cdot 2^x = 2^2 \cdot 3^x$$

$$\frac{2^x}{2^2} = \frac{3^x}{3^2}$$

$$2^{x-2} = 3^{x-2}$$

Så  $1 = \frac{3^{x-2}}{2^{x-2}} = \left(\frac{3}{2}\right)^{x-2}$

Deför  $x = 2$   
(Så  $x-2=0$ )