27.08
25

3 Algebra

"Regning med ubestemte størrelser"
(variabler)

* $2x + 7x + 4x$

$= (2+7+4)x = 13x$

* $2xy + 5yx = 2xy + 5xy$

$= (2+5)xy = \underline{7xy}$

* $2x - 3y + x + 5y - y + 7x$

$= 2x + x + 7x - 3y + 5y - y$

$= (2+1+7)x + (-3+5-1)y$

$= 10x + 1 \cdot y = \underline{10x + y}$

* $4(3-4x) - 2(x+4) + 3x$

$= 12 - 16x + (-2)x + (-2)\cdot 4 + 3x$

$= -16x - 2x + 3x + 12 - 8$

$= (-16 - 2 + 3)x + 4$

$= \underline{-15x + 4}$

* $x(x+2y) + y(3x+1) + y(2+x)$

$= x^2 + 2\cdot x\cdot y + y((3x+1) + (2+x))$

$= x^2 + 2xy + y((3+1)x + (1+2))$

$= x^2 + 2xy + y(4x + 3)$

$= x^2 + \underbrace{2xy + 4\cdot xy}_{(2+4)\,x\cdot y} + 3\cdot y$

$= \underline{x^2 + 6xy + 3y}$

oppg. Skriv enklere $3x(x+1) - (-2x)(-3x)$

$= 3x \cdot x + 3x \cdot 1 - \underbrace{(-2)x\,(-3)(x)}_{6x \cdot x}$

$= 3x^2 + 3x - 6x^2 = (3-6)x^2 + 3x$

$= -3x^2 + 3x = 3(-x^2 + x)$

$= \underline{3x(-x+1)}$

Alternativt: $3x(x+1) - (-2x)(-3x)$ felles faktor $3x$

$= 3x(x+1 - \underbrace{(-2x)(-1)}_{2x})$

$= 3x(x+1 - 2x) = \underline{3x(1-x)}$

$$(x+2)(3x-5)$$

$$= (x+2)\cdot 3x + (x+2)(-5)$$

$$= x\cdot 3x + 2\cdot 3x + x(-5) + 2(-5)$$

$$= 3x^2 + \underbrace{6x + (-5)x}_{(6+(-5))x} + (-10)$$

$$= \underline{3x^2 + x - 10}$$

(Polynom: $a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_n x^n$, $a_n \neq 0$

av grad n

$x^5 - 3x^2 + x$ polynom av grad 5)

oppg. "Foreuk" Gang ut

$$(2x+3)(\overbrace{4-x}^{4+(-x)})$$

$$= 2x \cdot 4 + 2x(-x) + 3 \cdot 4 + 3(-x)$$

$$= 8x + (-2)x^2 + 12 - 3x$$

$$= -2x^2 + (8+(-3))x + 12$$

$$= \underline{-2x^2 + 5x + 12}$$

* $(x+3y-5)(2y-4x)$

$$= x(2y-4x) + 3y(2y-4x) + (-5)(2y-4x)$$

$$= (2xy - 4x^2) + (6y^2 + (-12)xy) + (-10y + 20x)$$

$$= -4x^2 + 6y^2 + (2-12)xy - 10y + 20x$$

$$= \underline{-4x^2} + \underline{6y^2 - 10xy - 10y} + 20x$$

$$(a+b)(c+d)$$

$$= a(c+d) + b(c+d)$$

$$= ac + ad + bc + bd$$

* $(\sqrt{x})^2 = x$ for $x \geq 0$

* $\frac{x^2}{x} = x \cdot \frac{x}{x} = x$ for $x \neq 0$

($\frac{x}{x} = 1$ for alle $x \neq 0$
gir ikke mening for $x = 0$)

* Vi forklarer hvorfor.

$\sqrt{1+x} \sim 1 + \frac{x}{2}$ x liten. (f.eks $|x| < \frac{1}{10}$)

$\sqrt{1+x} \approx a + bx$ ønsker en tilnærming.

$x = 0$ gir $a = 1$.

$\sqrt{1+x} \sim 1 + bx$ Hva bør b være?

kvadrerer begge uttrykkene og velger b slik at differansen mellom kvadratene blir minst når x er "liten".

$$\left(\sqrt{1+x}\right)^2 = 1+x.$$

$$(1+bx)^2 = (1+bx)(1+bx) = 1 + bx + bx + (bx)^2$$
$$= 1 + 2 \cdot b \cdot x + b^2x^2$$

$$(1+bx)^2 - \left(\sqrt{1+x}\right)^2 = 1 + 2bx + b^2x^2 - (1+x)$$
$$= (2b-1)x + b^2x^2.$$

minst for x liten når $2b - 1 = 0$

Dette gir $b = 1/2$

så $\sqrt{1+x} \sim 1 + \frac{x}{2}$. (vis at $\sqrt{1+x} \sim 1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8}$ gir bedre 2.-grads tilnærming)

* $\underbrace{(x+2)(3x-1)}(x+5)$ gang ut

$= \left(x \cdot 3x + x(-1) + 2 \cdot 3x + 2(-1)\right)(x+5)$

$= (3x^2 + (-1+6)x - 2)(x+5)$

$= (3x^2 + 5x - 2)(x+5)$

$= 3x^2(x+5) + 5x(x+5) - 2(x+5)$

$= 3x^2 \cdot x + 3x^2 \cdot 5 + 5x^2 + 5 \cdot 5 - 2x - 10$

$= 3x^3 + (15+5)x^2 + (25-2)x - 10$

$= \underline{3x^3 + 20x^2 + 23x - 10}$

Øving

3.1 a) $a - 2a + 4a$

$= a(1 - 2 + 4)$

$= a \cdot 3 = \underline{3a}$

3.13 c) $\big((1-2a)+(3a+2)\big) - (a+1)^2$

$= (1+2 - 2a + 3a) - (a+1)(a+1)$

$= 3 + a - (a \cdot a + a \cdot 1 + 1 \cdot a + 1)$

$= 3 + a - (a^2 + 2a + 1) = -a^2 + a - 2a + 3 - 1$

$= \underline{-a^2 - a + 2}$

3.4 b) $-2(b+2)(3b-2)$

$3b + (-2)$

$= -2(b \cdot 3b + \overbrace{b(-2) + 2 \cdot 3b}^{-2b+6b} + 2 \cdot (-2))$

$= -2(3b^2 + 4b - 4)$

$= \underline{-6 \cdot b^2 - 8b + 8}$

3.4 c) $3a^2 - \underbrace{(a-b)(a+b)}$

$a^2 + \underbrace{ab - b\cdot a}_{0} - b^2$

$\begin{pmatrix} a-b \\ a+(-1)b \end{pmatrix}$

$= 3a^2 - (a^2 - b^2) = 3a^2 - a^2 + b^2$

$= (3-1)a^2 + b^2$

$= \underline{2a^2 + b^2}$

3.3 d) $(3x-2)(2-x)$

$= 3x \cdot 2 + 3x(-x) + (-2)(2) + (-2)(-x)$

$= 6x - 3x^2 - 4 + 2x$

$= (6+2)x - 3x^2 - 4$

$= \underline{-3x^2 + 8x - 4}$

3.4 d) $\underbrace{b(2a-3)}_{b\cdot 2a + b(-3)} - \underbrace{(2a-3)(2+b)}_{2a\cdot 2 + 2a\cdot b + (-3)\cdot 2 + (-3)\cdot b}$

$= 2ab - 3b + (-1)(4a + 2a\cdot b - 6 - 3b)$

$= 2ab - 3b - 4a - 2ab + 6 + 3b$

$= (2-2)ab + (-3+3)b - 4a + 6$

$= \underline{-4a + 6}$

Alternativt.

$* \quad (2a-3)(b - (2+b)) = (2a-3)(b - \overbrace{2}^{-2} - b)$

$= (-2)\cdot 2a + (-2)\cdot(-3)$

$= \underline{-4a + 6}$

Dette er en enklere måte å løse oppgaven på.

3.3a)

$$4-2(5-3a)$$
$$= 4-2\cdot(5-3a)$$
$$= 4+(-1)2(5-3a)$$
$$= 4+(-1)(10-6a)$$
$$= 4+-10+6a$$
$$= -6+6a = \underline{6(a-1)}$$

$4-2\cdot 3$
$= 4-(2\cdot 3) = 4-6 = -2$

$-x = (-1)x$

$-x^2 = (-1)\cdot x^2$

$$c-2(a-b)$$
$$= c-(2\cdot a-2b)$$
$$= c-2a+2b.$$

(ikke $c-2a-2b$!)