Innlevering	Fork1120 - Matematikk forkurs OsloMet
	Obligatorisk innlevering 6
Innleveringsfrist	Torsdag 9. mars 2023
Antall oppgaver:	14

Løsningsforslag

Oppgave 1. Gitt følgende fire punkt: $A = (2, 4, 6)$, $B = (1, 4, -1)$, $C = (1/2, 3, -2)$ og $D = (-1, 5, -1/3)$.

a) Finn vektoren $\overrightarrow{AC}$ og finn summen av vektorene $\overrightarrow{AB}$ og $\overrightarrow{BC}$.

LF: Vektoren $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA}$ er derfor lik $\underline{[-3/2, -1, -8]}$. Summen av vektorene $\overrightarrow{AB}$ og $\overrightarrow{BC}$ er lik $\overrightarrow{AC}$. Alternativt kan vi regne ut hver av summandene og så legge sammen.

b) Finn følgende sum

$$\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}.$$

LF: Dette er lik vektoren $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{DC}$. På koordinatform er dette lik $\underline{[3/2, -2, -5/3]}$.

c) Finn følgende sum

$$3\overrightarrow{AB} + 6\overrightarrow{BC}.$$

LF: Summen av vektorene er $\underline{-[6, 6, 27]}$.

d) Finn følgende sum

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AD}.$$

LF: Summen er <u>0-vektoren</u>.

e) Finn følgende sum

$$2\overrightarrow{AC} - 3\overrightarrow{BD} + 4\overrightarrow{CB} + 2\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DA}.$$

LF: Vektoren er lik summen $-\overrightarrow{OA} + 7\overrightarrow{OB} - 6\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AB} + 6\overrightarrow{DB}$. Dette er lik $\underline{[11, -6, -11]}$.

Oppgave 2. Finn absoluttverdien til følgende vektorer.

a) $\overrightarrow{a} = [-5, 12]$

LF: Absoluttverdien er lik $\sqrt{(-5)^2 + (12)^2} = \underline{13}$.

b) $\overrightarrow{b} = [1, -1, 1]$

LF: Absoluttverdien er lik $\underline{\sqrt{3}} \approx 1.732$.

c) $\vec{c} = [\sqrt{5}, -2]$

LF: Absoluttverdien er lik $\underline{\sqrt{9} = 3}$.

d) $\vec{d} = [1/3, 1/5, -\sqrt{2}/15]$

LF: Absoluttverdien er lik $\sqrt{25 + 9 + 2}/15 = \underline{2/5}$.

e) $\vec{e} = [1.3455, -3.5609, -2.4300]$ (Angi svaret med 5 gyldige siffer.)

LF: Absoluttverdien er lik $\underline{4.5161}$.

Oppgave 3. Bestem vinkelen mellom vektorene $\vec{u} = [2, 7]$ og $\vec{v} = [4, -6]$. Hva er vinkelen mellom to linjer parallelle til vektorene?

LF: Vinkelen θ er gitt ved

$$\cos(\theta) = \frac{\vec{u} \bullet \vec{v}}{|\vec{u}|\,|\vec{v}|}$$

Vi har at absoluttverdiene til vektorene er

$$|\vec{u}| = \sqrt{2^2 + 7^2} = \sqrt{53}$$

og

$$|\vec{v}| = \sqrt{4^2 + (-6)^2} = \sqrt{52}$$

Skalarproduktet er $\vec{u} \bullet \vec{v} = 2 \cdot 4 + 7 \cdot (-6) = -34$.

Vinkelen mellom vektorene er dermed tilnærmet lik

$$\arccos\left(\frac{-34}{\sqrt{53}\sqrt{52}}\right) = \underline{130.36^\circ}$$

Vinkelen mellom to linjer parallelle til vektorene er tilnærmet lik

$$180^\circ - 130.36^\circ = \underline{49.64^\circ}$$

Oppgave 4. Vi har gitt to vektorer $\vec{a}$ og $\vec{b}$ slik at $|\vec{a}| = 4$ og $|\vec{b}| = 5$ samt at vinkelen mellom $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er 120 grader. Bestem lengden til følgende vektorer og bestem vinkelen mellom dem

$$\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} \qquad \text{og} \qquad \vec{v} = -\vec{a} + \vec{b}$$

LF: Vi kan uttrykke både absoluttverdien til vektorene $\vec{u}$ og $\vec{v}$ og skalarproduktet mellom vektorene ved hjelp av absoluttverdiene til vektorene $\vec{a}$ og $\vec{b}$ og skalarproduktet mellom dem. Vi har at

$$\vec{a} \bullet \vec{b} = |\vec{a}|\,|\vec{b}| \cos(120^\circ) = 4 \cdot 5 \cdot (-1/2) = -10$$

$$|\vec{u}|^2 = (2\vec{a} + 3\vec{b}) \bullet (2\vec{a} + 3\vec{b}) = 2^2|\vec{a}|^2 + 3^2|\vec{b}|^2 + 2 \cdot (2 \cdot 3)\vec{a} \bullet \vec{b}$$

$$= 4 \cdot 4^2 + 9 \cdot 5^2 + 12 \cdot (-10) = 64 + 225 - 120 = 169$$

Derfor er $|\overrightarrow{u}| = \sqrt{169} = 13$. Tilsvarende er

$$|\overrightarrow{v}|^2 = (-\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}) \bullet (-\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}) = (-1)^2|\overrightarrow{a}|^2 + |\overrightarrow{b}|^2 + 2 \cdot (-1)\overrightarrow{a} \bullet \overrightarrow{b}$$

$$= 4^2 + 5^2 - 2 \cdot (-10) = 16 + 25 + 20 = 61$$

Så $|\overrightarrow{v}| = \sqrt{61}$.

Skalarproduktet er gitt ved

$$\overrightarrow{u} \bullet \overrightarrow{v} = (2\overrightarrow{a} + 3\overrightarrow{b}) \bullet (-\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}) =$$

$$2(-1)|\overrightarrow{a}|^2 + 3|\overrightarrow{b}|^2 + (2 \cdot 1 + 3 \cdot (-1))\overrightarrow{a} \bullet \overrightarrow{b} =$$

$$-2 \cdot 4^2 + 3 \cdot 5^2 - (-10) = -32 + 75 + 10 = 53$$

Vi har at vinkelen mellom $\overrightarrow{u}$ og $\overrightarrow{v}$ er gitt ved

$$\theta = \arccos\left(\frac{\overrightarrow{u} \bullet \overrightarrow{v}}{|\overrightarrow{u}||\overrightarrow{v}|}\right) = \arccos\left(\frac{53}{13 \cdot \sqrt{61}}\right) = \underline{58.53373°}$$

Oppgave 5. Gitt to ikkje-parallelle vektorer $\overrightarrow{a}$ og $\overrightarrow{b}$. De utspenner en trekant ved å la ene hjørne være origo og de to andre hjørnene A og B være gitt ved $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{a}$ og $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{b}$. La P være punktet midt mellom origo og A og la Q være punktet mellom A og B slik at AQ er halvparten så lang som QB. Vis at linjene mellom B og P treffer linjen gjennom origo og Q i akkurat ett punkt S. Uttrykk vektoren $\overrightarrow{OS}$ ved hjelp av $\overrightarrow{a}$ og $\overrightarrow{b}$.

(Tegn gjerne en figur for typiske vektorer $\overrightarrow{a}$ og $\overrightarrow{b}$.)

LF: Vi har at

$$\overrightarrow{OP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OA} = \frac{1}{2}\overrightarrow{a}$$

Siden AQ er halvparten så lang som QB, så er AQ en tredel så lang som AB. Vi har derfor at

$$\overrightarrow{AQ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}\left(\overrightarrow{b} - \overrightarrow{a}\right)$$

Derfor er

$$\overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AQ} = \overrightarrow{a} + \frac{1}{3}\left(\overrightarrow{b} - \overrightarrow{a}\right) = \frac{1}{3}\overrightarrow{b} + \frac{2}{3}\overrightarrow{a}$$

Vektoren fra P til B er $\overrightarrow{PB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OP} = \overrightarrow{b} - \frac{1}{2}\overrightarrow{a}$. Linjen gjennom origo og Q er derfor parametrisert som

$$s\overrightarrow{OQ} = s\left(\frac{1}{3}\overrightarrow{b} + \frac{2}{3}\overrightarrow{a}\right)$$

og linjen gjennom B og P er parametrisert som

$$\overrightarrow{OB} + t\overrightarrow{PB} = \overrightarrow{b} + t\left(\overrightarrow{b} - \frac{1}{2}\overrightarrow{a}\right)$$

De to linjene møtes når

$$s\left(\frac{1}{3}\overrightarrow{b} + \frac{2}{3}\overrightarrow{a}\right) = \overrightarrow{b} + t\left(\overrightarrow{b} - \frac{1}{2}\overrightarrow{a}\right)$$

Vi samler ledd med $\overrightarrow{a}$ og $\overrightarrow{b}$ sammen

$$\left(\frac{s}{3}-t-1\right)\overrightarrow{b}+\left(\frac{2s}{3}+\frac{t}{2}\right)\overrightarrow{a}=0$$

Siden de to vektorene er linært uavhengige så er dette mulig hvis og bare hvis koffisientene til både $\overrightarrow{a}$ og $\overrightarrow{b}$ er null. Dette gir oss

$$\frac{s}{3}-t-1=0 \qquad \text{og} \qquad \frac{2s}{3}+\frac{t}{2}=0$$

Den andre likningen gir at $t=-4s/3$. Setter vi dette inn i den første likningen får vi

$$\frac{s}{3}-\frac{-4s}{3}-1=0 \qquad \text{som gir} \qquad \frac{5s}{3}=1$$

Derfor er $s=3/5$ og

$$\overrightarrow{OS}=\frac{3}{5}\left(\frac{1}{3}\overrightarrow{b}+\frac{2}{3}\overrightarrow{a}\right)=\underline{\frac{1}{5}\overrightarrow{b}+\frac{2}{5}\overrightarrow{a}}$$

Oppgave 6. Finn korteste avstand mellom punktet $P(1,-4,-5)$ og linjen som går gjennom punktet $A(1,1,-1)$ og som har retningsvektor $\mathbf{r}=[1,2,0]$.

LF: Vektoren fra A til P er lik $\mathbf{v}=[1,1,-1]-[1,-4,-5]=[0,5,4]$. Komponenten til vektoren fra A til P langs retningsvektoren $\mathbf{r}$ er gitt ved

$$\frac{\mathbf{v}\bullet\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|^2}\mathbf{r}=\frac{10}{5}\mathbf{r}=2\mathbf{r}$$

Vi får da at komponenten til $\mathbf{v}$ vinkelrett på linjen er gitt ved

$$\mathbf{v}-2\mathbf{r}=[0,5,4]-2[1,2,0]=[-2,1,4]$$

Avstanden mellom P og linjen er lengden til denne vektoren

$$|[-2,1,4]|=\sqrt{4+1+16}=\underline{\sqrt{21}\approx 4.58}$$

Oppgave 7. Finn volumet til tetraederet med hjørner $\mathcal{O}(0,0,0)$, $P(1,-3,5)$, $Q(2,0,6)$ og $R(4,24,-2)$.

LF:Volumet til tetraederet er lik en sjettedel av absoluttverdien til trippelproduktet av vektorene $\overrightarrow{\mathcal{O}P}$, $\overrightarrow{\mathcal{O}Q}$ og $\overrightarrow{\mathcal{O}R}$.

Trippelproduktet er lik

$$\begin{vmatrix}1 & -3 & 5\\ 2 & 0 & 6\\ 4 & 24 & -2\end{vmatrix}=4\begin{vmatrix}1 & -3 & 5\\ 1 & 0 & 3\\ 2 & 12 & -1\end{vmatrix}=4(-36-(-3(-1-6))+60)=4\cdot 3=12.$$

Denne første likheten kommer av at trippelproduktet er lineært i hver vektor variabel. Vi konkluderer med at volumet til tetraederet er lik $12/6=\underline{2}$.

Oppgave 8. a) Finn en likning som beskriver (har løsning som er) planet vinkelrett på vektoren $[-2, 0, 5]$ og som inneholder punktet P med koordinater $(-2, 4, 1)$.

LF: Punktet (x, y, z) ligger i planet hvis og bare hvis

$$[-2, 0, 5] \bullet [x, y, z] = [-2, 0, 5] \bullet [-2, 4, 1].$$

En likning er gitt ved

$$\underline{-2x + 5z = 9}.$$

b) Finn en likning som beskriver planet som inneholder punktet $(1.381, 5.834, 39.110)$ og som er vinkelrett på vektoren $\vec{u} = [0.735, -2.879, 0.088]$.

LF: En likning er gitt ved

$$\underline{0.735x - 2.879y + 0.088z = -12.339371}.$$

Oppgave 9. To plan i rommet er gitt ved $2x - y + 3z = 12$ og ved $x + 5y - 2z = -3$. De to planene snitter i en linje. Det vil si at punktene de har til felles er en linje. Parametriser denne linjen.

LF: Linjen må stå normalt på normalen til begge plana. Defor er den parallell til kryss-produktet mellom normalvektoren. Dette er lik

$$[2, -13] \times [1, 5, -2] = \begin{vmatrix} \vec{e_1} & \vec{e_2} & \vec{e_3} \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & 5 & -2 \end{vmatrix} = [-13, 7, 11].$$

Vi finner et punkt som ligger i begge planenen. Det vil si et punkt (x, y, z) slik at begge likningene er oppfylt. Ved for eksempel å sette $z = 0$ avgrenser vi oss til å finne x og y slik at likningene $2x - y = 12$ og $x + 5y = -3$ (hvis det finnes en løsning hvor $z = 0$). Ved å løse likningsettet (for eksempel sette inn $y = 2x - 12$ i den andre likningen) får vi punktet $(57/11, -18/11, 0)$.

Dette gir følgende parametrisering av linjen som er snittet mellom de plana

$$\begin{aligned} x &= (57/11) - 13t \\ y &= -(18/11) + 7t \\ z &= 11t \end{aligned}$$

for reelle tall t.

Oppgave 10. Finn alle plan som er utspent av vektorene $\vec{a} = [1, 2, -3]$ og $\vec{b} = [-2, -4, -6]$. og som har korteste avstand til origo lik 5. Plana skal beskrives ved en likning.

LF: En normalvektor til alle plan utspent av de oppgitte vektorene er $\vec{n} = [2, -1, 0]$. Denne vektoren har lengde $|\vec{n}| = \sqrt{5}$. Punktet P nærmest origo, $\mathcal{O}$, på et plan som er vinkelrett på $\vec{n}$ har egenskapen at $\overrightarrow{\mathcal{O}P}$ er parallell til normalvektoren $\vec{n}$. De plana med (korteste) avstand lik 5 fra origo inneholder derfor punktene P slik at $|\overrightarrow{OP}| = 5$ og $\overrightarrow{OP}$ er parallell til $\vec{n}$. Dette er vektorene $5\vec{n}/|\vec{n}| = \sqrt{5}\vec{n}$ og $-\sqrt{5}\vec{n}$. Dette gir punktene $P_1 = \sqrt{5}(2, -1, 0)$ og $P_2 = -\sqrt{5}(2, -1, 0)$.

Det er to plan med de oppgitte egenskapene og de er gitt ved

$$2x - y = 5\sqrt{5} \quad \text{og} \quad 2x - y = -5\sqrt{5}.$$

Oppgave 11. Vi har gitt tre punkt A, B og C i rommet med koordinater henholdsvis $(1, 0, 0)$, $(0, 3, 2)$ og $(1, 3, -3)$.

a) Finn vinkelen $\angle ABC$

b) Finn en parametrisering av planet som inneholder de tre punktene A, B og C.

c) Finn en likning for planet i b) og bestem arealet til trekanten ABC.

LF:

a) Vi har at $\overrightarrow{BA} = [1, -3, -2]$ og $\overrightarrow{BC} = [1, 0, -5]$. Derfor er kvadratet av lengdene gitt ved

$$|\overrightarrow{BA}|^2 = 1^2 + (-3)^2 + (-2)^2 = 14 \qquad \text{og} \qquad |\overrightarrow{BC}|^2 = 1^2 + 0 + (-5)^2 = 26$$

Skalarproduktet mellom vektorene er

$$\overrightarrow{BA} \bullet \overrightarrow{BC} = 1 + 0 + (-2) \cdot (-5) = 11$$

Vi finner vinkelen

$$\arccos\left(\frac{\overrightarrow{BA} \bullet \overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{BA}|\,|\overrightarrow{BC}|}\right) = \frac{11}{\sqrt{14 \cdot 26}} = 54.79128^\circ$$

b) Vi finner to lineært uavhengige vektorer i planet $\overrightarrow{AB} = [-1, 3, 2]$ og $\overrightarrow{AC} = [0, 3, -3]$. En parametrisering er gitt ved

$$\begin{aligned} x &= 1 - s \\ y &= 3s + 3t \\ z &= 2s - 3t \end{aligned}$$

for reelle tall s og t.

c) Vektoren $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ står vinkelrett på planet. Denne vektoren er lik $-3[5, 1, 1]$. Vi velger normalvektoren $[5, 1, 1]$. En likning for planet er derfor

$$5x + y + z = 5.$$

Oppgave 12. a) Finn den korteste avstanden mellom linjene parametrisert ved

$$[2, 2, 3]t + [1, 2, 3]$$

for reelle t, og ved

$$[4, 1, -5]s + [1/2, 1/3, -2]$$

for reelle s.

b) Finn endepunktene til det korteste linjestykke mellom linjene (det er det samme som et punkt på hver linje slik at avstanden mellom dem er minst mulig.)

LF: Avstanden er kortes når linjestykket mellom linjene står rett på begge linjene. La $\overrightarrow{a} = [2, 2, 3]$ og $\overrightarrow{b} = [4, 1, -5]$.

La C være et punkt på den første linjen og D være et punkt på den andre linjen. Vi har da at CD er kortest når vektoren $\overrightarrow{CD}$ er vinkelrett på både $\overrightarrow{a}$ og $\overrightarrow{b}$. Vi har derfor at

$$\overrightarrow{CD}$$

må være parallell til kryssproduktet

$$\overrightarrow{n} = \overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{i} & \overrightarrow{j} & \overrightarrow{k} \\ 2 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & -5 \end{vmatrix} = [-13, 22, -6]$$

Vi setter nå opp likningen vi får ved å gå fra et punkt fra den første linjen til den andre linjen via en skalar u ganget med $\overrightarrow{n}$.

$$[2, 2, 3]t + [1, 2, 3] + u[-13, 22, -6] = [4, 1, -5]s + [1/2, 1/3, -2]$$

Dette gir likningssystemet

$$\begin{array}{cccccc} 2t & -4s & -13u & = & -1/2 \\ 2t & -s & +22u & = & -5/3 \\ 3t & +5s & -6u & = & -5 \end{array}$$

Løsningene er $t \simeq -1.0237$, $s = -0.3860$ og $u = -0.000241896$.

Avstanden mellom linjene er lik

$$|u\overrightarrow{n}| \simeq \underline{0.006349}$$

Vektoren fra origo til punktet på den første linjen er

$$[2, 2, 3](-1.0237) + [1, 2, 3] = \underline{[-1.047, -0.047, -0.0711]}$$

Vektoren fra origo til punktet på den andre linjen er

$$[4, 1, -5](-0.3860) + [1/2, 1/3, -2] = \underline{[-1.044, -0.052, -0.069]}$$

En enklere måte å regne ut avstanden mellom linjene er å finne en felles normalvektor mellom dem og så ta absoluttverdien til komponenten til en vilkårlig vektor mellom punkt, ett på hver linje, langs denne normalvektoren. Hvis vi velger punktet $P(1,2,3)$ på den første linjen og punktet $Q(1/2,1/3,-2)$ på den andre linjen så finner vi at avstanden er absoluttverdien til

$$\overrightarrow{QP} \bullet \overrightarrow{n}/|\overrightarrow{n}| = [-13,22,-6] \bullet [1-1/2, 2-1/3, 3-(-2)]/\sqrt{(-13)^2+22^2+(-6)^2}| =$$

$$\frac{(-39+220-180)/6}{\sqrt{169+484+36}} = \frac{1}{6\sqrt{689}} \simeq 0.006349$$

Oppgave 13. Forholdet mellom volumet til en kule med radius 1 og volumet til den minste kuben som inneholder den er lik $\pi/6 = 0.52359877\ldots$.

Regn ut forholdet mellom volumet til en kule med radius 1 og volumet til den største kuben som er inneholdt i kulen. Svaret skal gis eksakt.

LF: Senteret til kulen og kuben sammenfaller. Kuben er størst når alle 8 hjørnene berører kulen. La senteret være i origo og roter kuben slik at sidene er parallelle til en av koordinatplanene. Hvis linjene (mellom hjørnene) har lengde s så er koordinaten til hjørnene gitt ved (x,y,z) for alle x,y og z slik at absoluttverdien deres er lik $s/2$ (halvparten av sidelengden). Avstanden fra senter, origo, til hvert av hjørnene er derfor lik $\sqrt{3\cdot(s/2)^2} = \sqrt{3}s/2$. Denne avstanden er lik radius. Forholdet mellom radius og lengden på sidene er derfor gitt ved $R = \sqrt{3}s/2$. Volumet til kuben er lik

$$s^3 = (2R/\sqrt{3})^3 = 8R^3/(3\sqrt{3}).$$

Forholdet mellom volumet til en kule og volumet til den største kuben som er inneholdt i kulen er derfor lik

$$\frac{4\pi R^3/3}{s^3} = \frac{4\pi R^3/3}{8R^3/(3\sqrt{3})} = \frac{\pi\sqrt{3}}{2} \approx \underline{2.72}.$$

Forholdet mellom volumet til kuben og kulen er <u>0.36755...</u>, litt over en tredel.

Oppgave 14. Her er to oppgaver som ligner mye på oppgaver gitt til eksamen 2017 og 2018.

a) I en firkant $ABCD$ er $\angle A = 60°$ og $\angle C = 110°$. Vi får også oppgitt følgende lengder på noen av sidene $|AB| = 8$, $|BC| = 4$ og $|DA| = 11$. Finn arealet til firkanten.

LF: Vi benytter kosinussetningen til å finne lengden til BD.

$$|BD| = \sqrt{11^2+8^2-2\cdot 8\cdot 11\cos(60°)} = \sqrt{97} = 9.8488$$

Vi kan nå benytte sinussetningen til å finne vinkler og sidelenger i trekanten BCD.

$$\frac{\sin(\angle BCD)}{|BD|} = \frac{\sin(\angle BDC)}{|BC|} = \frac{\sin(\angle DBC)}{|CD|}$$

Dette gir

$$\angle BDC = \arcsin\left(\sin(110°)\,\frac{4}{9.8488}\right) = 22.435°$$

Den siste vinkelen er da lik

$$\angle DBC = 180° - 22.435° - 110° = 47.564°$$

Vi har da det vi trenger for å inne arealet til firkanten.

Her er den siste sidelengder i trekanten:

$$|CD| = |BD|\frac{\sin(DBC°)}{\sin(BCD°} = 7.735$$

Arealet er summen av arealet til de to trekantene ABD og BCD. Arealsetningen gir at arealet er lik

$$\frac{1}{2}(8 \cdot 11 \sin(60°) + 9.8488 \cdot 4 \sin(47.564°)) = \underline{52.6}$$

b) Vi har en trekant ABC hvor lengden $|AB| = 30$ cm og vinkel $\angle A = 35°$ og $\angle B = 100°$. Bestem lengden på sidene BC og AC.

LF: Her er det kanskje enklest å benytte sinussetningen. La $|BC| = a$, $|AC| = c$ og $|AB| = c$.

$$\frac{\sin(\angle A)}{a} = \frac{\sin(\angle B)}{b} = \frac{\sin(\angle C)}{c}$$

Vi kjenner alle vinklene siden summen av vinklene i en trekant er 180 grader så

$$\angle C = 180° - \angle A - \angle B = 45°$$

Siden $c = 30$ cm får vi da

$$|BC| = a = c\frac{\sin(\angle A)}{\sin(\angle C)} = (30\text{cm})\frac{\sin(35°)}{\sin(45°)} = \underline{24.33\text{cm}}$$

$$|AC| = b = c\frac{\sin(\angle B)}{\sin(\angle C)} = (30\text{cm})\frac{\sin(100°)}{\sin(45°)} = \underline{41.78\text{cm}}$$