Innlevering	Fork1120 - Matematikk forkurs OsloMet
	Obligatorisk innlevering 6
Innleveringsfrist	Torsdag 9. mars 2023
Antall oppgaver:	14

Oppgave 1. Gitt følgende fire punkt: $A = (2, 4, 6)$, $B = (1, 4, -1)$, $C = (1/2, 3, -2)$ og $D = (-1, 5, -1/3)$.

a) Finn vektoren $\overrightarrow{AC}$ og finn summen av vektorene $\overrightarrow{AB}$ og $\overrightarrow{BC}$.

b) Finn følgende sum
$$\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}.$$

c) Finn følgende sum
$$3\overrightarrow{AB} + 6\overrightarrow{BC}.$$

d) Finn følgende sum
$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AD}.$$

e) Finn følgende sum
$$2\overrightarrow{AC} - 3\overrightarrow{BD} + 4\overrightarrow{CB} + 2\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DA}.$$

Oppgave 2. Finn absoluttverdien til følgende vektorer. (Angi svaret med 5 gyldige siffer.)
$$\vec{a} = [-5, 12] \qquad \vec{b} = [1, -1, 1] \qquad \vec{c} = [\sqrt{5}, -2]$$
$$\vec{d} = [1/3, 1/5, -\sqrt{2}/15] \qquad \vec{e} = [1.3455, -3.5609, -2.4300]$$

Oppgave 3. Bestem vinkelen mellom vektorene $\vec{u} = [2, 7]$ og $\vec{v} = [4, -6]$. Hva er vinkelen mellom to linjer parallelle til vektorene?

Oppgave 4. Vi har gitt to vektorer $\vec{a}$ og $\vec{b}$ slik at $|\vec{a}| = 4$ og $|\vec{b}| = 5$ samt at vinkelen mellom $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er 120 grader. Bestem lengden til følgende vektorer og bestem vinkelen mellom dem
$$\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} \qquad \text{og} \qquad \vec{v} = -\vec{a} + \vec{b}$$

Oppgave 5. Gitt to ikkje-parallelle vektorer $\vec{a}$ og $\vec{b}$. De utspenner en trekant ved å la ene hjørne være origo og de to andre hjørnene A og B være gitt ved $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ og $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$. La P være punktet midt mellom origo og A og la Q være punktet mellom A og B slik at AQ er halvparten så lang som QB. Vis at linjene mellom B og P treffer linjen gjennom origo og Q i akkurat ett punkt S. Uttrykk vektoren $\overrightarrow{OS}$ ved hjelp av $\vec{a}$ og $\vec{b}$. (Tegn gjerne en figur for typiske vektorer $\vec{a}$ og $\vec{b}$.)

Oppgave 6. Finn korteste avstand mellom punktet $P(1, -4, -5)$ og linjen som går gjennom punktet $A(1, 1, -1)$ og som har retningsvektor $\mathbf{r} = [1, 2, 0]$.

Oppgave 7. Finn volumet til tetraederet med hjørner $\mathcal{O}(0,0,0)$, $P(1,-3,5)$, $Q(2,0,6)$ og $R(4,24,-2)$.

Oppgave 8.

a) Finn en likning som beskriver (har løsning som er) planet vinkelrett på vektoren $[-2,0,5]$ og som inneholder punktet P med koordinater $(-2,4,1)$.

b) Finn en likning som beskriver planet som inneholder punktet $(1.381, 5.834, 39.110)$ og som er vinkelrett på vektoren $\overrightarrow{u} = [0.735, -2.879, 0.088]$.

Oppgave 9. To plan i rommet er gitt ved $2x - y + 3z = 12$ og ved $x + 5y - 2z = -3$. De to planene snitter i en linje. Det vil si at punktene de har til felles er en linje. Parametriser denne linjen.

Oppgave 10. Finn alle plan som er utspent av vektorene $\overrightarrow{a} = [1,2,-3]$ og $\overrightarrow{b} = [-2,-4,-6]$. og som har korteste avstand til origo lik 5. Planene skal beskrives ved en likning.

Oppgave 11. Vi har gitt tre punkt A, B og C i rommet med koordinater henholdsvis $(1,0,0)$, $(0,3,2)$ og $(1,3,-3)$.

a) Finn vinkelen $\angle ABC$

b) Finn en parametrisering av planet som inneholder de tre punktene A, B og C.

c) Finn en likning for planet i b) og bestem arealet til trekanten ABC.

Oppgave 12. a) Finn den korteste avstanden mellom linjene parametrisert ved

$$[2,2,3]t + [1,2,3]$$

for reelle t, og ved

$$[4,1,-5]s + [1/2, 1/3, -2]$$

for reelle s.

b) (Ekstra utfordring) Finn endepunktene til det korteste linjestykke mellom linjene (det er det samme som et punkt på hver linje slik at avstanden mellom dem er minst mulig.)

Oppgave 13. Forholdet mellom volumet til en kule med radius 1 og volumet til den minste kuben som inneholder den er lik $\pi/6 = 0.52359877\ldots$.

Regn ut forholdet mellom volumet til en kule med radius 1 og volumet til den største kuben som er inneholdt i kulen. Svaret skal gis eksakt.

Oppgave 14. Her er to oppgaver som ligner mye på oppgaver gitt til eksamen 2017 og 2018.

a) I en firkant $ABCD$ er $\angle A = 60°$ og $\angle C = 110°$. Vi får også oppgitt følgende lengder på noen av sidene $|AB| = 8$, $|BC| = 4$ og $|DA| = 11$. Finn arealet til firkanten.

b) Vi har en trekant ABC hvor lengden $|AB| = 30$ cm og vinkel $\angle A = 35°$ og $\angle B = 100°$. Bestem lengden på sidene BC og AC.