

## EKSAMEN I F0929A - MATEMATIKK

Hver oppgave gis lik vekt. Alle svar skal begrunnes.

### OPPGAVE 1

- Løs ligningen:  $\ln(x^2 - 1) = 0$  hvor  $\ln(x)$  er den naturlige logaritmen.
- Finn alle løsninger til ligningen  $4 \sin(x) - 1 = 1$ .
- Deriver funksjonen  $f(x) = 2/x + 15x^9 + 2,999998989$ .
- Deriver funksjonen  $h(x) = e^x \sin(x^2 + 1) + 3^5$ .
- Finn alle punkter på grafen til funksjonen  $f(x) = x^4 - 3x^2 + 4x + 1$  hvor tangenten har stigningstall 4. Finn ligningen for en av disse tangentlinjene.

### OPPGAVE 2

Når du løser oppgavene under, forklar hvilke metoder du bruker:

- Finn det bestemte integralet  $\int_{-2}^2 1 + 5x^3 + 7 \sin(x) dx$ .
- Finn det ubestemte integralet  $\int x \cos(3x) dx$ .
- Finn arealet begrenset av  $x$ -aksen, grafen til funksjonen  $h(x) = |x| + 3$  og linjene  $x = -3$  og  $x = 5$ .
- Finn det bestemte integralet  $\int_0^{\pi/2} 3x + \cos^2(x) dx$ .

### OPPGAVE 3

Gitt funksjonen  $f(x) = \frac{(x+3)^2}{x-1} + 3x$ :

- Bestem den største mulige definisjonsmengden til  $f(x)$ . Finn eventuelle skrå, horisontale eller vertikale asymptoter.
- Bestem eventuelle nullpunkter til  $f(x)$ .
- Bestem hvor  $f(x)$  vokser og hvor den avtar. Finn alle topp- og bunnpunkter til grafen til  $f(x)$ .
- Bestem hvor grafen til  $f(x)$  krummer oppover, og hvor den krummer nedover. Finn eventuelle vendepunkter.
- Tegn en skisse av grafen til  $f(x)$ .

### OPPGAVE 4

- Per åpner en bankkonto og setter inn 2500kr hver første januar, første gang den 1.1.2005, siste gang den 1.1.2014. Bankkontoen har en fast rente på 3% per år. Hvor mye står inne på kontoen rett etter siste innskudd?
- Et legeme formes ved å rotere grafen til funksjonen  $f(x) = \ln(x)$  om  $x$ -aksen. Finn volumet av dette legemet mellom linjene  $x = 1$  og  $x = e$ . (Du kan finne at delvis integrasjon er nyttig for å utføre integrasjonen).

## OPPGAVE 5

Vektorene  $\vec{u} = [2, -2, 6]$  og  $\vec{v} = [4, 1, 0]$  er gitt.

- Finne lengden av vektorene  $\vec{u}$  og  $\vec{v}$ , og finne en tilnærmet verdi for vinkelen dem imellom.
- Bestem alle vektorene  $\vec{w}$  som er slik at  $\vec{w}$  står normalt på både  $\vec{u}$  og  $\vec{v}$ , og som er slik at  $|\vec{w}| = 5$ .
- Linjen  $l$  går gjennom punktet  $P_0(0, 0, 6)$  og er parallell med  $\vec{u}$ . Planet  $\alpha$  er gitt ved ligningen

$$4x + 5y - 6z - 7 = 0$$

Finne punktet der linjen  $l$  skjærer planet  $\alpha$ .

- Linjen  $m$  er gitt ved parameterfremstillingen

$$x = 1 + 3s$$

$$y = 3 + s$$

$$z = 4.$$

Finnes et plan  $\beta$  slik at linjen  $l$  og linjen  $m$  begge ligger på planet  $\beta$ ?