

Prøve i Fork1120 Matematikk
Dato: 1. desember 2025
Tid: kl 8:30 - 13:30
Antall oppgaver: 10 (20 deloppgaver)
Hjelpemiddel: Formelsamling og kalkulator

Oppgave 1. Løs likningene og oppgi svarene eksakt

a) $3x + 1 = 2(5x - 3)$

b) $1000 \cdot 10^x = \frac{1000^x}{100}$

c) $|x - 3| = 2$

d) $x + 2\sqrt{x + 3} + 2 = 0$

e) $7^x + \frac{6}{7^x} = 5$

Oppgave 2. Bestem lengdene til sidene i et rektangel med areal lik 10 cm^2 og omkrets (summen av lengden til de fire sidene) lik 20 cm . Oppgi lengdene eksakt.

Oppgave 3. Løs ulikhetene

a) $|2x| - 1 > x$

b) $2x + 7 < x \leq 25 + 3x$

c) $\frac{x}{2x - 1} \leq 2$

Oppgave 4. Finn alle nullpunktene og asymptotene til de følgende rasjonale uttrykkene (på sine naturlige definisjonsmengder)

a) $r(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 - x + 20}$ og b) $s(x) = \frac{x^3 + 8}{2x^2 + 5x + 2}$

Oppgave 5. Bestem a slik at polynomet

$$p(x) = ax^2 + 3x - 4$$

har et nullpunkt i $x = 2$. Faktoriser dette polynomet.

Oppgave 6. Finn tangentlinjene til grafen til

$$f(x) = x^3 + 2x^2 + 3x - 2$$

som er parallell til linjen $y = 2x - 5$.

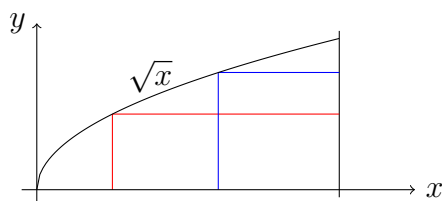
Oppgave 7. Deriver funksjonene og skriv svarene enklest mulig.

- a) $\frac{\sqrt{x^3}x^{2/3}}{x^2}$
- b) $|x| + |x + 3|$
- c) $3x \ln |(2x)^5|$

Oppgave 8. Vi studerer funksjonen gitt ved uttrykket $f(x) = xe^{-x^2}$ med definisjonsmengden de reelle tallene.

- a) Finn den deriverte til $f(x)$ og bestem monotoniegenskapene til funksjonen (hvor den vokser og hvor den avtar). Finn topp- og bunnpunktene til funksjonen.
- b) Bestem konkaviteten til $f(x)$ (krumningen). Finn eventuelle vendepunkt til $f(x)$.

Oppgave 9. Bestem verdien a mellom 0 og 4 slik at (arealet til) rektangelet begrenset av x -aksen, grafen til \sqrt{x} og den vertikale linjen $x = 4$ blir størst mulig. I følgende figur er to slike rektangler tegnet inn, for verdiene $a = 1$ og $a = 2.4$.



Oppgave 10. Hvilke numerisk metode er implementert med Python koden nedenfor? Forklar hva programmet gjør når det kjøres.

```
r=20
n=0
a=1
b=2
def f(x):
    return 2**x - 3
for x in range(r):
    c = (a+b)/2
    if f(b) * f(c) >0:
        b = c
    else:
        a = c
print(c)
```

Regn ut (uten bruk av maskiner) den eksakte verdien som koden hjelper oss å estimere. (Grensen av tallene vi får når r blir vilkårlig stor.)