

EKSAMENSSAMARBEIDENDE FORKURSINSTITUSJONER

Forkurs for 3-årig ingeniørutdanning og integrert masterstudium i teknologiske fag og tilhørende halvårig realfagskurs.

Universitetet i Sørøst-Norge, OsloMet, Høgskulen på Vestlandet, Høgskolen i Østfold, NTNU, Universitetet i Agder, Universitetet i Stavanger, UiT-Norges arktiske universitet, NKI, Metis.

Eksamensoppgave

MATEMATIKK

Bokmål

4. august 2025

kl. 9.00-14.00

Hjelpemidler:

Godkjente formelsamlinger i matematikk og fysikk
Godkjent enkel kalkulator

Andre opplysninger:

Oppgavesettet består av 4 sider medregnet forsiden, og inneholder 9 oppgaver.

Ved vurdering teller alle deloppgaver likt.

Utregning eller begrunnelse må gis i alle oppgaver. Rene kalkulatorsvar godtas ikke.

Oppgave 1

- a) Løs opp parentesene og trekk sammen.

$$(5x - 2) \left(\frac{1}{2}x + 2 \right) - 2(x^2 + 4x)$$

b) Uttrykket $\frac{(x+3)^{\frac{5}{2}}}{2(x+3)^{\frac{1}{2}}}$

kan omformes til et polynom på formen $ax^2 + bx + c$. Finn a, b og c .

Oppgave 2

Finn eksakte løsninger til ligningene. Forkort svaret mest mulig.

a) $\frac{x}{x+1} - \frac{1}{x-1} = 2$

b) $\sin x \cdot \cos x - \cos^2 x = 0 \quad x \in [\pi, 2\pi)$

Oppgave 3

- a) Funksjonen f er gitt ved $f(x) = x^3 - 2x$

Finn

1) $f(-2)$

2) $f'(-2)$

3) $f''(-2)$

Deriver funksjonene

b) $g(x) = e^x \cdot \cos 2x$

c) $h(x) = \frac{2}{x} - \ln(x^2\sqrt{x})$

Oppgave 4

- a) Bestem følgende integral

$$\int \left(2x - \frac{1}{x} \right) dx$$

- b) Regn ut eksakt verdi for det bestemte integralet

$$\int_0^1 \frac{x+5}{x^2-2x-3} dx$$

Oppgave 5

Gitt en trekant ABC der $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 90^\circ$ og siden $AB = 3,0$

- a) Finn lengden av AC

Trekanten utvides med et punkt D slik at vi får en firkant $ABCD$.

I denne firkanten er $\angle DAB = 70^\circ$ og $\angle BCD = 140^\circ$.

- b) Finn $\angle CDA$ og lengden AD
- c) Finn firkantens areal

Oppgave 6

Gitt den uendelige geometriske rekka $\frac{x+1}{2} + \frac{(x+1)^2}{4} + \frac{(x+1)^3}{8} + \dots$

- a) Finn for hvilke verdier av x rekka konvergerer
- b) Finn summen av den geometriske rekka når $x = -2$

Oppgave 7

Følgende program skrevet i Python inneholder en while-løkke og skriver ut ulike tall.

```
1 tall = 0
2 while tall <= 20:
3     tall = 2*tall + 3
4     print(tall)
```

- a) Hva skrives på skjermen når programmet kjøres?
- b) Endre programmet ovenfor slik at det skriver ut alle positive partall under 20

Oppgave 8

Trekanten ABC har hjørnepunktene $A(1, 1, -3)$, $B(-1, 4, 2)$ og $C(3, 0, 2)$

- Regn ut \overrightarrow{BA} og lengden til \overrightarrow{AB}
- Finn $\angle B$
- Vis at vektoren $[5, 5, -1]$ er en normalvektor til planet α utspent av punktene A , B og C . Finn en ligning for planet.
- Linjene l og m går begge gjennom B og skjærer x -aksen i to forskjellige punkter. Avstanden fra B til skjæringspunktene med x -aksen er 6 for begge linjene. Finn en parameterframstilling for l og en parameterframstilling for m .

Oppgave 9

En funksjon g er gitt ved

$$g(x) = \frac{2x^2 - 4}{x^2 - 4}$$

- Finn nullpunktene til g
- Regn ut eventuelle asymptoter til g
- Bestem $g'(x)$ og finn eventuelle topp- og bunnpunkter til g
- Vis at

$$g''(x) = \frac{24x^2 + 32}{(x^2 - 4)^3}$$

og finn eventuelle vendepunkt til g

- Tegn grafen til g . Marker punkter og eventuelle asymptoter du har funnet tidligere i oppgaven.