

Prøve i Fork1120 Matematikk
Dato: 6. desember 2024
Tid: kl 09 - 14
Antall oppgaver: 10 (20 deloppgaver)
Hjelpemiddel: Formelsamling og kalkulator

Svarene skal grunngis, og svarene skal gis eksakt hvor det er mulig. Alle deloppgavene teller like mye.

Oppgave 1. Løs likningene og oppgi svarene eksakt

a) $x(2 - x) + x^2 = 5x + 7$

b) $\pi x - \sqrt[3]{5} = \sqrt{5}$

c) $\frac{x^2}{x + 2} = 3$

d) $\sqrt{2x + 12} = x + 2$

e) $\ln |x| - \ln |x + 2| = 3$

f) $8^{(x^2)} = 2^{x+1}$

Oppgave 2. Vi har en liste med fem tall, hvor verdiene til det første og det siste tallet er kjent

$$\frac{73 \quad x \quad y \quad z \quad 111}{\quad}$$

Vi vet også at summen av de tre første tallene er lik 100, summen av de tre siste tallene er lik 150 og at summen av alle fem tallene er lik 230. Bestem verdiene til de tre tallene x , y og z .

Oppgave 3. Løs ulikhetene

a) $x^2 > 5$ b) $x^2 < -3x \leq 4$ c) $\frac{1}{x} \geq \frac{2}{x - 2}$

Oppgave 4. Finn alle nullpunkter og asymptoter til følgende rasjonale uttrykk

$$r(x) = \frac{x^3 - x^2 - 3x - 1}{x^2 - 1}$$

Bestem den naturlige definisjonsmengden til uttrykket.

Oppgave 5. Bestem a slik at polynomet

$$p(x) = 2x^2 + ax - 5$$

blir delelig med $x - 2$. Faktoriser deretter dette polynomet.

Oppgave 6. Bestem grensene hvis de finnes

a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{x - 3}$

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x^2}{\sqrt{2} - \sqrt{x}}$

Oppgave 7. Deriver funksjonene

a) $3x^2 - x^{-3} + 4\sqrt{x}$

b) $2x \ln(x^3) + 4$

c) $3(4 + 5x^2)^7$

Oppgave 8. Finn ut for hvilke x -verdier funksjonen gitt ved uttrykket $f(x) = xe^{-x/2}$ og med definisjonsmengde intervallet $[0, 3]$, er størst og minst.

Oppgave 9. Gi eksempel på en funksjon gitt ved et uttrykk (med delt forskrift) slik at den naturlig definisjonsmengden består av alle reelle tall ekte større enn 1 bortsett fra tallet 3, og slik at den er kontinuerlig i alle punkt i definisjonsmengden bortsett fra i $x = 2$.

Oppgave 10. Forklar hva følgende Python kode gjør når den kjøres.

```
n=99
sum=0
def f(x):
    return 2*x +1
for x in range(n):
    print(f(x), '+ ', end='') #end='' linjeskifte i print() fjernes
    sum = sum + f(x) #sum oppdateres ved at f(x) legges til
print(f(n), '= ', end='')
sum = sum + f(n)
print(sum)
```

Modifiser koden slik at den skriver ut summen av de 50 første kvadrattallene

$$1 + 4 + 9 + \dots + 50^2 =$$

samt at den skriver ut verdien til summen.