

EKSAMENSSAMARBEIDENDE FORKURSINSTITUSJONER

Forkurs for 3-årig ingeniørutdanning og integrert masterstudium i teknologiske fag og tilhørende halvårig realfagskurs.

Universitetet i Sørøst-Norge, OsloMet, Høgskulen på Vestlandet, Høgskolen i Østfold, NTNU, Universitetet i Agder, Universitetet i Stavanger, UiT-Norges arktiske universitet, NKI, Metis.

Eksamensoppgave

MATEMATIKK

Bokmål

5. august 2024

kl. 9.00-14.00

Hjelpemidler:

Godkjente formelsamlinger i matematikk og fysikk
Godkjent enkel kalkulator

Andre opplysninger:

Oppgavesettet består av 5 sider medregnet forsiden, og inneholder 9 oppgaver.

Ved vurdering teller alle deloppgaver likt.
Besvarelsen må være så fullstendig at resonnementet kommer klart fram.

Oppgave 1

a) Skriv så enkelt som mulig:

$$\left(\frac{x^3}{27}\right)^{-2/3}$$

b) Trekk sammen:

$$\ln(xy) + \ln(x^2y) - \ln(xy^2)$$

Oppgave 2

Bestem likningenes definisjonsområder og løs likningene.

a)

$$\frac{x}{x-3} + \frac{1}{x} = \frac{3x}{x^2-3x}$$

b)

$$-3 + \sqrt{3-x} = x$$

c)

$$\ln(2x^2 + x) = 0$$

Oppgave 3

Gitt funksjonen

$$f(x) = \ln(3-x)$$

a) Finn likningen for tangenten til f gjennom punktet $(1, f(1))$.

b) Har $f(x)$ noen asymptoter? Begrunn svaret ditt.

Oppgave 4

Gitt funksjonen

$$f(x) = 1 + 2 \sin(\pi x), \quad x \in [0,4]$$

- a) Finn nullpunktene til f .
- b) Finn funksjonens periode, amplitude og likevektslinje.
- c) Vis ved regning at linja $y = 3$ tangerer $f(x)$ to steder: for $x = \frac{1}{2}$ og $x = \frac{5}{2}$.
- d) Finn arealet av området avgrenset av grafen til f og linja $y = 3$.

Oppgave 5

I en trekant ABC er $BC = 2AB$ og vinkel B er 150° . Arealet av trekanten er lik 8.

- a) Finn lengdene av sidene i trekanten.
- b) Vi kaller midtpunktet på siden AB for M. Finn vinkel BMC.

Oppgave 6

Bente har brukt Python for å regne på en geometrisk rekke.

```
1 a1 = 1
2 k = 1.2
3 s = 0
4 for n in range(1,31):
5     s = s + a1*k**(n-1)
6 print(s)
```

- Forklar hva som skjer i denne for-løkken, og oppgi hvor mange ganger den kjører.
- Hva blir verdien av s , som skrives ut når programmet kjøres? Oppgi svaret med én desimal.

Oppgave 7

Regn ut integralene.

a)

$$\int 2x \cdot e^{2x} dx$$

b)

$$\int_0^1 2x \cdot e^{x^2} dx$$

Oppgave 8

Punktene $A(1,2,-1)$, $B(2,2,3)$ og $C(1,4,-3)$ er gitt.

- Finn høyden i trekanten med AB som grunnlinje og C som toppunkt.
- Vis at $4x - y - z - 3 = 0$ er en likning for planet gjennom A, B og C .
- En linje går gjennom origo og $P(1,1,3)$. Vis at linja er parallell med planet gjennom A, B og C .
- Finn volumet av den trekantede pyramiden som har hjørner i A, B, C og $T(-3,0,0)$.

Oppgave 9

Gitt funksjonen

$$g(x) = \frac{2x^2 - x + 3}{x - 3}$$

- a) Finn definisjonsmengde for $g(x)$, og finn eventuelle nullpunkt.
- b) Finn eventuelle asymptoter for $g(x)$.
- c) Finn eventuelle topp/bunnpunkt for $g(x)$.
- d) Finn eventuelle vendepunkt for $g(x)$.
- e) Finn arealet avgrenset av grafen til g , x-aksen, linja $x = 4$ og linja $x = 7$.