

Prøve i Fork1120 Matematikk
Dato: 8. desember 2023
Tid: kl 09 - 14 + 1/2 time til skanning og innsending
Antall oppgaver: 12 (20 deloppgaver)
Antall sider: 3
Hjelpemiddel: Skriftlige hjelpemidler, Geogebra og kalkulator

Svarene skal grunngis. Svarene skal gis eksakt hvor det er mulig. Alle deloppgaver teller like mye.

Lever besvarelsene som én pdf fil til: halvvard.fausk@oslomet.no

Oppgave 1. Løs likningene og oppgi svarene eksakt

a)

$$x^3 - 2x^2 = x$$

b)

$$\cos(v) + 1 = 0 \quad \text{alle } v \quad (\text{i enhet radian})$$

c)

$$\sqrt{3x + 1} = \sqrt{x}$$

d)

$$\sqrt{4x - 1} = x$$

e)

$$\cos(2z) = \cos(z) \quad \text{for } z \in [0, \pi]$$

Oppgave 2. Prisen på en vare øker først med 20%, deretter øker den med 30%, og til slutt øker den med 15%. Varen koster da 897 kroner. Hva var den opprinnelige prisen til varen?

Oppgave 3. Bestem a og b slik at polynomet

$$p(x) = x^2 + ax + b$$

blir delelig med $x - 3$ og $p(1) = 1 + a + b$ er lik 3.

Oppgave 4. a) Forkort det rasjonale uttrykket mest mulig

$$\frac{x^3 + 3x - 4}{x^2 - 3x + 2}$$

b) Forenkle og skriv følgende uttrykk på formen et reelt tall ganget med $a^s b^t$, for passende s og t

$$\sqrt{9a\sqrt{4b}} \cdot \sqrt[3]{\frac{-8b}{a}}$$

Oppgave 5. En rettvinklet trekant har areal lik 12. Den ene kateten er tre ganger så lang som den andre. Finn lengden til de to katetene samt lengden til hypotenus.

Oppgave 6. I en trekant ABC er lengden til AC lik $8\sqrt{2}$, lengden til BC er lik $16/\sqrt{3}$ og vinkel A er 45 grader. Bestem de tre vinklene i trekanten(e).

Oppgave 7. Løs ulikhetene

$$a) \quad x^2 < 3x \leq 4$$

$$b) \quad \frac{4}{x} \geq \frac{1}{x+3}$$

Oppgave 8. En vinkel v ligger i fjerde kvadrant og har egenskapen at $\cos(v) = 1/4$. Bestem *eksakt* verdi til

$$\sin(v) \quad \cos(2v) \quad \tan(v) \quad \sin(v + \pi/3)$$

Det er én side til \longrightarrow

Oppgave 9. Vi har gitt tre punkter i rommet

$$A(1, 1, -1) \quad B(3, 0, 2) \quad C(3, 2, 1)$$

- Bestem koordinatene til vektoren \overrightarrow{AB} og finn lengden til vektoren.
- Finn en likning for planet som inneholder punktene A , B og C .
- Finn korteste avstand fra punktet $P(1, 0, 2)$ til planet i b).

Oppgave 10. En linje l i planet går gjennom punktet $(1, 3)$ og har retningsvektor $[1, 2]$. Finn koordinatene til alle punktene på x -aksen slik at den (korteste) avstand til linjen l er lik 4.

Oppgave 11. En følge er gitt rekursivt ved

$$x_1 = 1 \quad \text{og} \quad x_{n+1} = x_n + 2n$$

Skriv opp de 7 første leddene og finn et uttrykk for ledd nummer n , for alle naturlige tall n .

Oppgave 12. Josef K. setter årlig inn et fast beløp P_0 den første dagen i januar. Det første innskuddet er 1. januar 2003. Han fortsetter med årlige innskudd til og med 1. januar 2018. Hvor mye penger P har Josef K. ved utgangen av 2023? Vi forutsetter at den årlige renten er konstant og lik r i hele perioden. Beskriv P som et uttrykk i r og P_0 .