

EKSAMENSSAMARBEIDENDE FORKURSINSTITUSJONER

**Forkurs for 3-årig ingeniørutdanning og integrert masterstudium i teknologiske fag og tilhørende halvårig realfagskurs.**

Universitetet i Sørøst-Norge, OsloMet, Høgskulen på Vestlandet, Høgskolen i Østfold, NTNU, Universitetet i Agder, Universitetet i Stavanger, UiT-Norges arktiske universitet, NKI, Metis.

**Eksamensoppgave**

**MATEMATIKK**

**Bokmål**

**7. august 2023**

**kl. 9.00-14.00**

**Hjelpemidler:**

Godkjente formelsamlinger i matematikk og fysikk

Godkjent enkel kalkulator

**Andre opplysninger:**

**Oppgavesettet består av 4 sider medregnet forsiden, og inneholder 9 oppgaver.**

Ved vurdering teller alle deloppgaver likt.

## Oppgave 1

Skriv så enkelt som mulig.

a)  $(a^2)^2 \cdot a^{-3} \cdot (b^{-\frac{1}{2}} \cdot a)^3 b^2$

b)  $\frac{2}{x-2} - \frac{x-4}{x^2-5x+6}$

c)  $\lg x + \lg x^{-2} - \lg \frac{1}{x^3} - \lg \sqrt{x}$

## Oppgave 2

Følgende informasjon om en kontinuerlig funksjon  $f$  er gitt:

- $f(x) > 0$  for alle  $x \in \mathbb{R}$
- $f'(x) < 0$  for  $x \in \langle \leftarrow, -2 \rangle \cup \langle 2, \rightarrow \rangle$
- $f'(x) = 0$  for  $x = -2$  og  $x = 2$
- $f''(x) = 0$  for  $x = 1$  og for  $x = 3$

Lag en skisse som viser hvordan grafen til  $f$  kan se ut for  $x \in [-5, 5]$ . Marker vendepunkt(er) og ekstremalpunkt(er) på grafen.

## Oppgave 3

Løs likningene.

a)  $\frac{1}{x-3} + \frac{4}{x} = 1$

b)  $2(\ln x)^3 - (\ln x)^2 = 6 \ln x$

## Oppgave 4

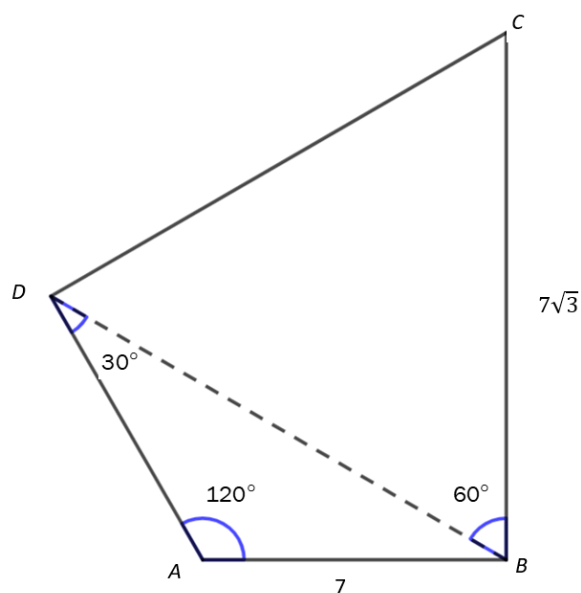
Gitt polynomet

$$P(x) = x^3 + 2x^2 - 7x + 4$$

- Vis at  $(x - 1)$  er en faktor i  $P$ .
- Faktoriser  $P$  så mye som mulig.

## Oppgave 5

Gitt firkanten ABCD vist i figuren.



- Vis at  $BD = 7\sqrt{3}$ .
- Vis at omkretsen av ABCD er  $14 + 14\sqrt{3}$ .
- Vis at arealet av ABCD er  $49\sqrt{3}$ .

## Oppgave 6

En trekant  $\Delta ABC$  er gitt ved punktene  $A(3,0,0)$ ,  $B(0,4,0)$ , og  $C(0,0,2)$ .

- Bruk vektorregning til å finne lengdene  $AB$  og  $AC$ .
- Finn arealet til  $\Delta ABC$  og vinkelen  $\angle A$ .

Et punkt  $D$  er plassert slik at  $ABCD$  er et parallelogram.

- Finn koordinatene til punktet  $D$ , og arealet av parallelogrammet.
- Parallelogrammet  $ABCD$  danner grunnflata i en pyramide hvor punktet  $T(t, t, t)$ ,  $t \in \mathbb{R}$ , er toppunktet. Bestem verdien av  $t$  slik at volumet av pyramiden er 10.

## Oppgave 7

En funksjon er gitt ved

$$f(x) = \sqrt{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + 1$$

- Finn periode, likevektslinje og amplitude for  $f(x)$ .
- Bestem nullpunktene til  $f$ .
- Bestem toppunktene og bunnpunktene på grafen til  $f$ .

## Oppgave 8

En geometrisk rekke er gitt ved

$$S(x) = 1 + e^{-x} + e^{-2x} + \dots$$

- For hvilke verdier av  $x$  konvergerer denne rekken?
- Bestem  $x$  slik at rekken konvergerer mot 3.

## Oppgave 9

Gitt funksjonen  $f$ :

$$f(x) = \frac{x^2 - 4}{x + 5}$$

- Vis at  $f(x) = x - 5 + \frac{21}{x+5}$  og bestem  $\int f(x) dx$ .
- Finn arealet avgrenset av grafen til  $f$ ,  $x = 0$  og positiv x-akse.
- Finn likningen for tangenten til  $f$  i  $(0, f(0))$ .