

EKSAMENSSAMARBEIDENDE FORKURSINSTITUSJONER

Forkurs for 3-årig ingeniørutdanning og integrert masterstudium i teknologiske fag og tilhørende halvårig realfagskurs.

Universitetet i Sørøst-Norge, OsloMet, Høgskulen på Vestlandet, Høgskolen i Østfold, NTNU, Universitetet i Agder, Universitetet i Stavanger, UiT-Norges arktiske universitet, NKI, Metis.

Eksamensoppgave

MATEMATIKK

Bokmål

15. mai 2023

kl. 9.00-14.00

Hjelpemidler:

Godkjente formelsamlinger i matematikk og fysikk

Godkjent enkel kalkulator

Andre opplysninger:

Oppgavesettet består av 4 sider medregnet forsiden, og inneholder 9 oppgaver.

Ved vurdering teller alle deloppgaver likt.

Oppgave 1

Løs likningene.

- a) $(x - 2)(x + 3) = 6$
- b) $5 \tan x = -3, x \in [-\pi, \pi]$
- c) $2 + 3e^{-x} = e^x$

Oppgave 2

Løs ulikhetene.

- a) $x^2 - 9x - 10 \geq 0$
- b) $2 \cos^2 t + \cos t < 0, t \in [0, 2\pi)$

Oppgave 3

Bestem følgende integraler:

- a) $\int 2x \cdot \ln x \, dx$
- b) $\int 6x \cdot e^{x^2} \, dx$
- c) $\int \frac{4}{9x^2 - 1} \, dx$

Oppgave 4

Gitt funksjonen

$$f(x) = \frac{x - 2}{x + 3}$$

- a) Finn eventuelle nullpunkter og asymptoter til f .
- b) Finn ved regning eventuelle tangenter på grafen til f som har stigningstall 5.
- c) Bestem arealet av flatestykket avgrenset av grafen til f og linja $y = x - 2$.

Oppgave 5

Et fly flyr langs den rette linja l i et tredimensjonalt koordinatsystem hvor alle koordinater er målt i km. Parameterframstillingen for flyets posisjon etter tiden t (målt i minutter) er

$$l: \begin{cases} x = 40 - 8t \\ y = 6t - 10 \\ z = 2 + 0,2t \end{cases}$$

for $t \in [0, 5]$.

- Hvor stor fart har flyet, målt i km/h?
- Flyet passerer over punktet $(0,20,0)$ i xy -planet. Når skjer dette, og hvor høyt er flyet over bakken da?

Et annet fly har posisjon gitt ved parameterframstillingen

$$m: \begin{cases} x = 6t \\ y = 5t \\ z = 3 - 0,5t \end{cases}$$

- Hva er verdien av t idet avstanden mellom de to flyene er minst?

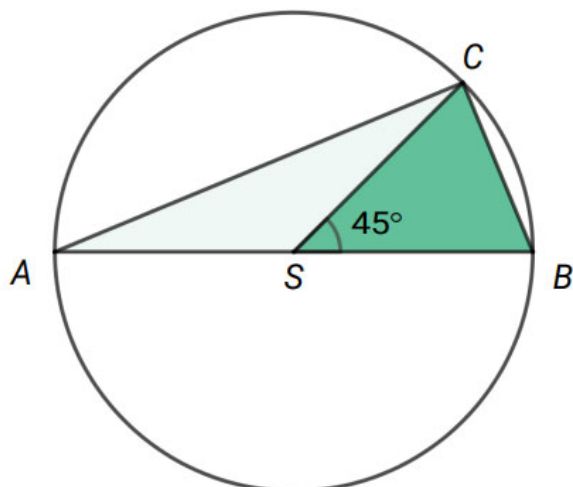
Oppgave 6

En funksjon er gitt ved

$$f(x) = e^{2x} - 2e^x$$

- Bestem eventuelle nullpunkter for f .
- Bestem eventuelle topp- og bunnpunkter for f .
- Bestem eventuelle vendepunkter for f .
- Tegn grafen til f for $-2 < x < 1$. Marker eventuelle nullpunkter, ekstremalpunkter og vendepunkter på grafen.

Oppgave 7



En sirkel har sentrum i S . AB er diameter, og C ligger på sirkelen. Se figur. Arealet av ΔSBC er $3\sqrt{2}$.

- Bestem sirkelens radius. Bruk eksakte verdier.
- Bestem arealet av ΔABC . Bruk eksakte verdier.

Oppgave 8

ΔABC er gitt ved punktene $A(1,3,2)$, $B(2,1,4)$ og $C(3,2,0)$.

- Bestem lengdene AB og BC . Finn også $\angle B$.
- ΔABC ligger i et plan. Bestem likningen for dette planet.

Oppgave 9

- En tallrekke $a_1 + a_2 + \dots + a_n$ har sum $s_n = 3n^2 + 4n$ for $n \in \mathbb{N}$.

Bruk dette til å bestemme a_3 .

- Gitt en aritmetisk rekke hvor summen av de 10 første leddene er lik 400, og summen av de neste 10 leddene er 1000. Bestem differansen d og det første leddet i rekka.