

EKSAMENSSAMARBEIDENDE FORKURSINSTITUSJONER

Forkurs for 3-årig ingeniørutdanning og integrert masterstudium i teknologiske fag og tilhørende halvårig realfagskurs.

Universitetet i Sørøst-Norge, OsloMet, Høgskulen på Vestlandet, Høgskolen i Østfold, NTNU, Universitetet i Agder, Universitetet i Stavanger, UiT-Norges arktiske universitet, NKI, Metis.

Eksamensoppgave

MATEMATIKK

Bokmål

8. august 2022

kl. 9.00-14.00

Hjelpemidler:

Alle skriftlige hjelpemidler, alle kalkulatorer, og programmet GeoGebra.

Andre opplysninger:

Oppgavesettet består av 4 sider medregnet forsiden, og inneholder 10 oppgaver.

Ved vurdering teller alle deloppgaver likt.

Utrekning eller begrunnelse må gis i alle oppgaver. Rene kalkulatorsvar godtas ikke.

Erklæring: Ved innlevering av dette oppgavesettet, erkjenner jeg at jeg hverken har fått eller gitt relevant informasjon, tilknyttet svar eller løsningsmetoder til oppgavene i dette settet, fra eller til andre personer.

Oppgave 1

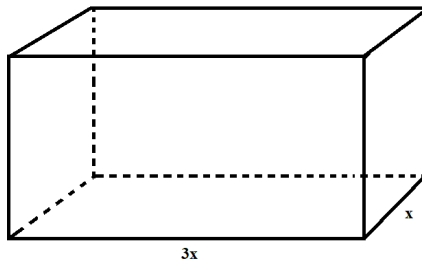
Vi definerer $P(x) = x^3 - 4x^2 - 7x + 10$.

- Vis, uten å utføre en polynomdivisjon, at $(x - 1)$ er en faktor i $P(x)$ mens $(x - 2)$ ikke er det.
- Utfør polynomdivisjonen $P(x) : (x - 1)$ og bruk dette til å faktorisere $P(x)$ i førstegradspolynomer.
- Løs ulikheten:

$$x^3 - 4x^2 - 7x + 10 \geq 0.$$

Oppgave 2

Vi har et rett prisme der lengden av grunnflaten er tre ganger så stor som bredden. Volumet er 300 cm^3 . Vi setter bredden lik $x \text{ cm}$. Se figur.



- Vis at overflaten $O(x)$ av prismet kan skrives: $O(x) = \frac{800}{x} + 6x^2$ og finn $O'(x)$.
- Bruk $O'(x)$ til å regne ut den minste overflaten prismet kan ha.

Hva er lengden, bredden og høyden da?

Oppgave 3

I trekanten ABC er $\angle A = 40^\circ$, $AB = 6$ og $AC = 4$. Regn ut arealet til trekanten, lengden av siden BC og $\angle C$.

Oppgave 4

Gitt punktene $A(2,4,-3)$, $B(5,2,2)$ og $C(0,0,5)$.

- Regn ut $|\overrightarrow{AB}|$ og $|\overrightarrow{AC}|$.
- Regn ut arealet av trekanten ΔABC .
- Finn en parameterframstilling for planet ΔABC ligger i.
- Regn ut $\angle BAC$.

Punktene A, B og C danner sammen med punktet $D(3,1,8)$ en trekantet pyramide.

- Vis at pyramiden har volum $\frac{35}{3}$.
- Regn ut høyden av pyramiden fra D ned på ΔABC .

Oppgave 5

- Regn ut et funksjonsuttrykk for en tredjegradsfunksjon $f(x)$ som har ekstremalpunkter i $x = -2$ og $x = 1$.
- Regn ut et funksjonsuttrykk for en funksjon $h(x)$ som har skråasymptote $y = x - 2$ og vertikal asymptote $x = -2$.

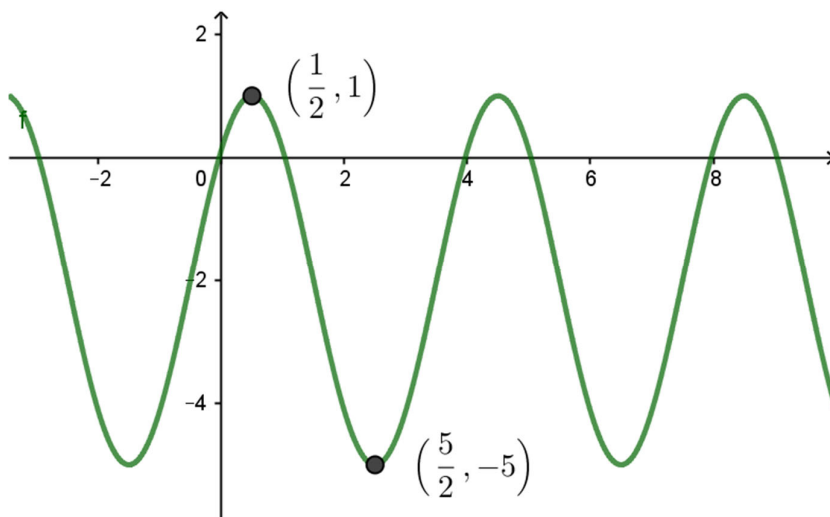
Oppgave 6

- Gitt ei aritmetisk rekke hvor $a_8 = \frac{8}{3}$ og $a_{27} = 9$. Finn d , a_1 og s_{40} .

Gitt den uendelige geometriske rekka: $x^2 + (x^2 - 1) + \frac{(x^2 - 1)^2}{x^2} + \dots$

- Regn ut rekkas konvergensintervall.
- Regn ut x når summen av den konvergente geometriske rekka er lik 4.

Oppgave 7



Figuren viser grafen til en trigonometrisk funksjon $f(x) = a \sin(kx + c) + d$. To av punktene på grafen er angitt.

- Finne perioden, amplituden og likevektslinja til f .
- Finne et funksjonsuttrykk $f(x)$ som beskriver grafen.

Oppgave 8

Løs differensialligningen

$$y' + x^2 y^2 = 0$$

Oppgave 9

I klasse 3X på Flåklypa VGS er det 10 gutter og 16 jenter. Det skal tilfeldig trekkes ut et par (to elever) til å rydde i kantina.

- På hvor mange måter kan det trekkes ut et par når paret skal bestå av:
 - Ei jente og en gutt?
 - To gutter?
- Ei av jentene i klassen, Soline, har ei vond tå, så hun vil helst ikke bli trukket ut til å rydde i kantina. Hva er sannsynligheten for at Soline blir trukket ut til å rydde i kantina når det trekkes to tilfeldige elever?

Oppgave 10

Gitt $f(x) = (\ln x)^2 + 6 \ln x + 1$, $x > 0$.

I denne oppgaven må eksakte verdier gis.

- Bestem monotoniegenskapene til $f(x)$. Finn ved regning eventuelle topp- og bunnpunkter.
- Bestem krumningsegenskapene til $f(x)$. Finn ved regning eventuelle vendepunkter.