

Matte 1000 ELFE KJFE MAFE 1000
Øvinger til mandag 29. august 2016

Oppgave 1-3 er av typen dere kan forvente å få på eksamen.

Oppgave 1

Løs likningen

$$i + z = 1 - \sqrt{3}iz$$

og skriv løsningen på polarform ($re^{i\theta}$).

Oppgave 2

Finn alle løsningene til likningen

$$z(\bar{z} - 2i) = 3$$

Oppgave 3

Finn alle (seks) løsningene til likningen

$$z^6 = -1$$

Skriv svarene eksakt både på polar og kartesisk form.

Oppgave 4 (Ekstraoppgave)

Forklar hvorfor løsningene til likningen

$$|z|^2 + 2\operatorname{Im}(z) = 3$$

er en sirkel i det komplekse plan med radius 2 og senter i punktet som svarer til $-i$. (For eksempel så ser vi lett at $i, -3i, -i \pm 2$ tilfredstiller likningen.)

Hint: Vis at $|z|^2 + 2\operatorname{Im}(z) + 1 = (z + i)(\bar{z} - i)$.

Oppgave 5 (Ekstraoppgave)

Gitt en andregradslikning med reelle koeffisienter,

$$az^2 + bz + c = 0$$

hvor a, b og c er reelle tall. Forklar hvorfor den enten har akkurat én løsning eller to løsninger hvor begge er reelle eller ingen av dem er reelle tall. (Vi kan ikke ha én reell og én kompleks ikkje-reell løsning.) Hvis løsningene er to komplekse ikkje-reelle tall, hva er da sammenhengen mellom dem?