

Prøve i Matematikk 1000 BYFE DAFE 1000
Dato: 29. mai 2017
Hjelpemiddel: Kalkulator og formelark

Alle svar skal grunngis. Alle oppgaver har lik vekt.

Oppgave 1

Gitt matrisene

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad \text{og} \quad C = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Regn ut, om mulig, summene $A + B$, $A + B^T$ og $A + C$ og produktene ABC og BA .

Oppgave 2

Vis at inversmatrisen til

$$M = \begin{bmatrix} 3 & 3 & -2 \\ 6 & 5 & -4 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

er

$$M^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

Bruk inversmatrisen til M for å finne løsningene til likningssystemet

$$\begin{aligned} 3x + 3y - 2z &= a \\ 6x + 5y - 4z &= 1 - a \\ -x - y + z &= b \end{aligned}$$

uttrykt ved parametrene a og b .

Oppgave 3

Bestem alle polynomer $p(x)$ av grad 3 eller lavere som går gjennom de tre punktene

$$(-1, 0) \quad (0, 2) \quad (1, 1)$$

Oppgave 4

Løs den komplekse likningen

$$1 + 3iz = \sqrt{3}z$$

og oppgi svaret eksakt både på kartesisk og på polar form.

Oppgave 5

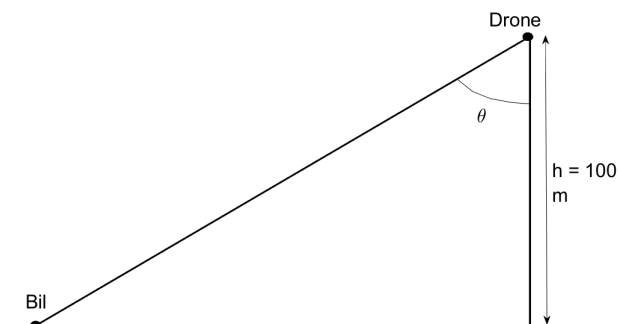
Vis at lengden langs grafen til funksjonen $f(x) = x^2/2$ fra punktet $(0, 0)$ til $(2, 2)$ er gitt ved

$$L = \int_0^2 \sqrt{1 + x^2} dx.$$

Estimér L ved å bruke trapesmetoden med 4 delintervaller.

Oppgave 6

En drone står stille i lufta i en høyde $h = 100$ meter over bakken. Dronen har et videokamera som følger en bil som kommer kjørende med konstant hastighet $v = 20$ meter per sekund langs en rett vei. Vinkelen mellom retningen til kameranlinja og den vertikale akse kaller vi for θ (målt i radianer).



Hvor fort endrer vinkelen θ seg når bilen er rett under dronen?

Oppgave 7

Petter kjører langs en rett strekning i tre minutter. Han starter ved posisjon $s_0 = 400$ meter. Fartsfunksjonen er gitt ved

$$v(t) = \begin{cases} 2t & 0 \leq t \leq 10 \\ 20 & 10 \leq t \leq 160 \\ 180 - t & 160 \leq t \leq 180 \end{cases}$$

Farten har enhet meter per sekund og tiden t har enhet sekund.

Hvor på den rette strekningen ender Petter opp etter kjøreturen?

Oppgave 8

Løs initialverdiproblemet

$$(3 - 2x)y' = 1 + y$$

hvor $y(1) = 2$.

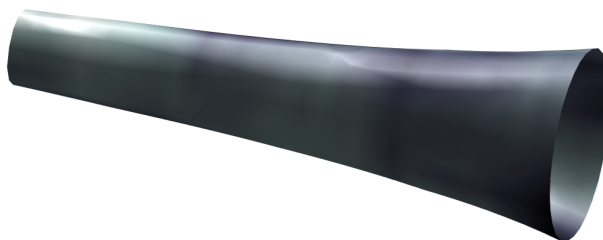
Oppgave 9

Trine har dreid et trestykke i en dreiebenk (se figur). Stykket er 30 centimeter langt og radien er gitt ved funksjonen

$$r(x) = \frac{100}{50 - x}$$

for $0 \leq x \leq 30$. Både x og radien r er oppgitt i centimeter.

Regn ut volumet til trestykket og oppgi svaret i liter.



Oppgave 10

Bestem alle løsningene til den homogene differensiallikningen

$$y'' - 6y' + 9y = 0.$$

Finn så alle løsninger til den inhomogene differensiallikningen

$$y'' - 6y' + 9y = 13 \cos(2x).$$

SLUTT