

Innlevering i FORK1120 - Matematikk forkurs OsloMet
Obligatorisk innlevering 3
Innleveringsfrist Torsdag 17. november 2022 kl 10:15
Antall oppgaver: 10

Alle svar skal begrunnes. Funksjonene har den naturlige definisjonsmengden, hvis ikke annet er oppgitt. Benytt gjerne Geogebra eller lignende program, men regn mest mulig ut for hånd. For eksempel regn ut de deriverte selv, ikke benytt et regneprogram til å finne dem. (Men sammenlign gjerne det du får med de du finner i geogebra.)

1

Deriver funksjonene

1. $\frac{\sqrt[3]{8x}}{\sqrt{9x}}$
2. $\sqrt{x^3} + \sqrt[3]{x^2}$
3. $x^2\sqrt{x^4 + 4}$
4. $x^3(2x + 3)^4(3x + 4)^5$
5. $(3 + (x^3 - 4)^5)^7$

2

Finn alle topp og bunnpunkt til funksjonen (Bestem i den forbindelse gjerne monotoniegenskapene. Det vil si hvor funksjonene stiger og synker.)

$$p(x) = (2x + 1)^3(3 - x)^4$$

3

Finn de globale topp- og bunnpunkt(ene) til følgende kontinuerlige funksjon definert på den lukka begrensa intervallen $[-3, 2]$

$$f(x) = \begin{cases} 2(x + 3)^2 & -3 \leq x \leq -2 \\ 2 - \sqrt{3x + 6} & -2 \leq x \leq 1 \\ x^3 - 2x^2 & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

4

Til funksjonene nedenfor a) Bestem monotoniegenskapen og finn ekstremalpunkt b) Bestem konkavitet og finn vendepunkt c) Finn asymptotene d) Lag en skisse av grafen

1. $x^3 - 3x + 1$
2. $\frac{x^2 + 3}{x + 3}$
3. e^{-x^2}
4. $\frac{(\log x)^2}{x}$

5

Løs følgende likninger eksakt

1. $10^x = 5$
2. $\log |x + 2| = 1$
3. $3 \cdot 2^x = 10^x$
4. $32^x = 10^x$
5. $\log |\ln |x|| = 1$
6. $e^{2x} + e^x - 6 = 0$
7. $1000^x = 100^x + 10^x$
8. $\log |x| + \log |x + 2| = 3$
9. $(\ln(x))^2 = \ln(x) + 6$
10. $\ln \left(\frac{e^x}{e^x + 1} + 2 \right) = 1$

6

I denne oppgaven skal dere finne alle polynomer med

toppunkt i $(1, 2)$ og nullpunkt i $(-1, 0)$

1. med grad lik 2
2. med grad lik 3
3. med grad lik 4

7

La $r(t)$ være mengden av et radioaktivt stoff ved tiden t . Mengden som brytes ned er proporsjonalt med mengden av det radioaktives stoffet. Derfor oppfyller mengden $r(t)$ likningen

$$r'(t) = -kr(t)$$

for en positiv konstant k .

a) Vis at likningen ovenfor er oppfylt for $r(t) = r_0 e^{-kt}$. Her er $r_0 = r(0)$.

b) Tiden det tar for et radioaktivt stoff å brytes ned så mye at bare halvparten av den opprinnelig mengde er igjen kalles *halveringstiden*. Den skrives gjerne som $t_{1/2}$. Vis at konstanten k og halveringstiden er relatert som

$$k \cdot t_{1/2} = \ln(2)$$

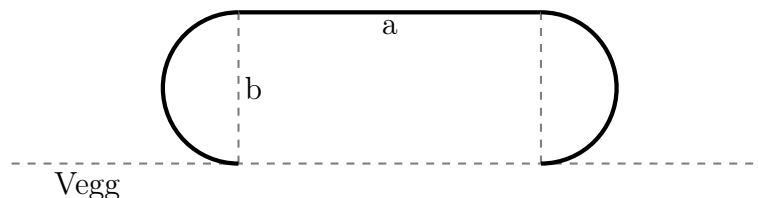
En metode for datering av gammelt organisk materiale er C-14 metoden. Den baserer seg på at levende organisk materiale får sitt karbon fra luften. (Plantene tar opp karbondioksyd fra luften, dyrene spiser planter og hverandre etc.) Andelen av isotopen $^{14}_6\text{C}$ i luften, og da levende organisk materiale, er omlag 10^{-12} i forhold til total mengde karbon. Etter at organismen dør blir det ikke tilført mer karbon. Andelen $^{14}_6\text{C}$ avtar etter som den brytes ned. Isotopen brytes ned til nitrogen og beta stråling. (Isotopen $^{14}_7\text{N}$ og ett elektron.) Halveringstiden til $^{14}_6\text{C}$ er omtrent 5700 år.

c) En hodeskalle har et forhold mellom C-14 og C (alle karbonisotopene) som er 0.7 av andelen til levende organismer. Hvor lenge er det siden personen døde?

d) Hva kan vi forvente at forhold mellom C-14 og C er for levninger av mennesker som døde rundt år 0?

8

Et gjerde skal settes opp inntil en vegg slik at området det avgrenser består av et rektangel med halvsirkler i hver ende. Hva må bredden a på den rektangulære delen og diameter b på de sirkulære delene være for at gjerdet skal være kortest mulig når arealet er 10m^2 ? Hva er omkretsen da? Oppgi gjerne lengdene a og b uttrykt ved hjelp av arealet A .



9

Deriver funksjonene

1. $x^e + e^x$

2. $2^x 5^{x+1}$

3. $\frac{3}{e^{2x}}$

4. $\frac{x^2}{(2^x)^3}$

5. $\frac{e^{2x^3}}{3x+2} + 2e^3$

6. $\log \left| \frac{2}{3x+1} \right|$

7. $\frac{10^x - 3}{2^x}$

8. $\log \sqrt{1+x^2}$

9. $(e^x)^4 \log |3-x|$

10

Bestem grensene

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + 2/x)^x$

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x} \right)^x$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x)}{x}$

4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x^2} \right)^x$