

Innlevering i FORK1120 - Matematikk forkurs OsloMet
Obligatorisk innlevering 2
Innleveringsfrist Torsdag 20. oktober 2022 kl 10:15
Antall oppgaver: 12

Alle svar skal begrunnes. Funksjonene har den naturlige definisjonsmengden, hvis ikke annet er oppgitt. Tegn gjerne grafer i Geogebra eller lignende program (trenger ikke levere inn utskrifter). I Geogebra kan for eksempel absoluttverdien til x skrives som $abs(x)$, og funksjonen $q(x)$ i oppgave 9 kan skrives som

$$\text{if}(x < -1, 1, \text{if}(x < 1, x^2, -x^2 + 4x - 2))$$

1

Løs følgende ulikheter ved regning.

1. $\frac{4}{x+1} - 2 > \frac{2}{3}$
2. $\frac{x^3 - 2x - 1}{x^3 + x^2 - 2x - 2} \geq 0$
3. $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+2} \leq 2$
4. $10 - x < x^2 + 2x \leq 3x^2 - 12$

2

Løs følgende likninger ved regning, og oppgi svarene eksakt.

1. $\sqrt[4]{x+3} = 3$
2. $\sqrt{5-x} = x+1$
3. $\sqrt{4-x} = 2 - \sqrt{x}$
4. $\sqrt{3x} = \sqrt[3]{x}$

3

Vis at for positive a så er

$$a + \frac{1}{a} \geq 2$$

og vi har likhet bare når $a = 1$. Vis gjerne dette uten bruk av derivasjon. Resultatet kan tolkes som at omkretsen til et rektangel med areal lik 1 er minst når rektangelet er et kvadrat: Sidene har lengde a og $1/a$ siden arealet er lik 1. Omkretsen er til rektangelet er lik $2(a + 1/a)$.

4

Bestem b slik at $(x - 2)$ er en faktor i polynomet $p(x) = x^4 + bx^3 + x^2 + 4$. Faktoriser polynomet som oppfyller at $(x - 2)$ er en faktor.

5

Deriver de følgende funksjonene. Det er tilstrekkelig å benytte at derivasjon er lineær og at $(x^n)' = nx^{n-1}$.

$$a(x) = x^5$$

$$b(x) = 4x^9$$

$$c(x) = -x^5 + 2x^4 + 5x^2 - 13$$

$$d(x) = \frac{4x^6}{3} + \frac{-4x^7}{x^3} + \frac{2-3x}{5} + \frac{3}{4} \quad x \neq 0$$

$$e(x) = (2 + x^3)(x^5 - 3)$$

6

Deriver de følgende funksjonene. Det er tilstrekkelig å benytte lineær kjerneregel

$$(f(ax + b))' = af'(ax + b)$$

samt lineæritet og at $(x^n)' = nx^{n-1}$ for rasjonale tall n . For eksempel er

$$(1/x)' = (x^{-1})' = -1/x^2 \quad \text{og} \quad (\sqrt{x})' = (x^{1/2})' = 1/(2\sqrt{x})$$

$$f(x) = 7(3x - 7)^4 - (2 - x)^{11}$$

$$g(x) = \frac{1}{5+x} + \sqrt{5+x} + \sqrt{4+8x}$$

$$h(x) = \frac{x^4 - x^2 + 3x}{x} + \sqrt{1-x} + 3\sqrt[3]{9+4x}$$

$$i(x) = \frac{x^4 - 3x^2 - 4}{x - 2}$$

7

Finn tangent- og normallinjene til funksjonene

$$j(x) = x^4 + 2x \quad \text{i} \quad (-2, 12)$$

$$k(x) = \sqrt{3 + 11x} \quad \text{i} \quad (2, 5)$$

8

Bestem verdien til a mellom 0 og 10 slik at funksjonen

$$\frac{1}{a} + \frac{2}{10 - a}$$

blir minst mulig.

9

For hver av funksjonene

1. Beskriv den naturlige definisjonsmengden D_f til funksjonen
2. Finn diskontinuitetene
3. Finn verdiene i D_f hvor funksjonen ikke er deriverbar, og finn den deriverte til funksjonen (hvor den eksisterer).

$$l(x) = \sqrt{9 - x}$$

$$m(x) = \frac{x^2}{x - 2}$$

$$n(x) = |x| - |x - 2|$$

$$o(x) = |x^2 - 9|$$

$$p(x) = \begin{cases} 3x + 1 & x \leq 1 \\ 3x - 1 & 1 < x \end{cases}$$

$$q(x) = \begin{cases} 1 & x \leq -1 \\ x^2 & -1 < x < 1 \\ -x^2 + 4x - 2 & x \geq 1 \end{cases}$$

10

Bestem a og b slik at funksjonen

$$r(x) = \begin{cases} ax^3 + bx & x < -1 \\ x^2 + b & x \geq -1 \end{cases}$$

blir deriverbar for alle x .

11

Gitt funksjonen

$$s(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 14$$

Finn alle x slik at tangentlinjen i punktet $(x, s(x))$ til grafen til $s(x)$ er parallell til linjen $y = -24x - 13$.

12

Finn asymptotene til funksjonene nedenfor. Finn topp- og bunnpunkt samt hvor funksjonene vokser og hvor de avtar. Lag gjerne en enkel skisse av grafen til funksjonene.

$$t(x) = 3x + \frac{1}{x}$$

$$u(x) = \frac{4x + 3}{x + 1}$$

$$v(x) = \frac{x + 2}{x^2 - 2}$$

$$w(x) = \frac{4}{3}$$

$$y(x) = \frac{x^3 - 2x^2 + x - 2}{x^2 - 4}$$