

29. aug. 2022

Kap 2 Likninger

①

$2x + 3 = 7$ En likning er en påstand.

$x = 1$: $2 \cdot 1 + 3 = 5 \neq 7$ likningen er ikke oppfylt.
oppfylt.

$x = 2$: $2 \cdot 2 + 3 = 7$

Løsningene til en likning er alle verdier

til variabelene som gjør påstanden i likningen sann.

Ovenfor er $x = 2$ en løsning, men $x = 1$ er ikke en løsning.

$$2x + 3 = 7 + (-3) \quad \text{gir} \quad 2x = 7 - 3 = 4$$

går med \pm på begge sider av likhetstegnet

$$\frac{1}{2} \cdot 2x = \frac{1}{2} \cdot 4 \quad \text{giv} \quad x = 2.$$

(2) Så $2x+3=7$ er ekvivalent til $x=2$
(samme sømhedsværdi)

Likningen har bare én løsning. $x=2$

$$* \quad a = b \quad \stackrel{\text{ekvivalent}}{\Leftrightarrow} \text{til}$$

$$a + c = b + c$$

$$a + c = b \quad \Leftrightarrow \quad a = b - c$$

Alternativ formidling:

(lægger til $-c$ på begge sider osv = korrekt)

$$* \quad a = b \quad \Leftrightarrow \quad a \cdot c = b \cdot c$$

$$\boxed{c \neq 0}$$

$$3x + 7 = 5x - 3 \Leftrightarrow$$

$$7 + 3 = 5x - 3x = (5 - 3)x$$

$$10 = 2 \cdot x \Leftrightarrow$$

$$10 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \cdot 2x \Leftrightarrow \underline{5 = x}$$

$$10 = 2 \cdot x \quad | \cdot \frac{1}{2}$$

$$\underline{x = 5}$$

Løsningen er

opg.

$$-7x + 3 = 5$$

$$-7x + 3 = 5 \quad | -\frac{1}{7} = -\frac{1}{7}$$

$$-7x = 5 - 3 = 2$$

$$\frac{-2}{7} = -\frac{2}{7}$$

$$x = -\frac{2}{7}$$

Løsningen er:

Eks.

$$2x + 3(5+x) = 5x - 3$$

$$= 5x - 3$$

$$2x + 15 + 3x = 5x - 3$$

$$= 5x - 3$$

$$5x + 15 = 5x - 3$$

$$= -3 - 15$$

$$5x - 5x = -18$$

$$= -18$$

$$(5-5)x = -18 \quad (\text{aldri sant})$$

0

$$= -18 \quad (\text{aldri sant})$$

som gir likningen sann.

Det finnes ingen x som gir likningen sann.

Likningen

har

"ingen løsning" (for x).

Løsningen

Løsningen

til likningen er den tomme mengden.

\emptyset

$$2x - (3-x) = 5x + 1 - 2x + 4$$

Løsningsmengden

er \mathbb{R} .

$$= 5x + 5 - 2x - 8$$

$$2x - 3 + x$$

$$= 3x - 3 \quad \text{sant for alle } x.$$

$$3x - 3$$

⑤

$$(x+2)(x-3) = 0$$

2. grads likning.

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 = x + 6$$

$$a \cdot b = 0 \Leftrightarrow$$

$$a = 0 \quad \text{eller} \quad b = 0$$

(og eller)

$$(x+2)(x-3) = 0 \Leftrightarrow$$

$$x+2 = 0 \quad \text{eller} \quad x-3 = 0$$
$$x = -2 \quad \text{eller} \quad x = 3$$

Løsningene er

$$x = -2 \quad \text{og} \quad x = 3.$$

Løsningsmengden er $x \in \{-2, 3\}$.

⑥ (lineære) Ligningsystem

1. $2x + 3y = 8$ Ligningene skal opfyldes samtidig.

2. $-x + 2y = 3$

Løsningene er $C(x, y)$ som giver begge ligningene samme.
2 metoder for at løse ligningsystemet

Indsættingsmetoden: Bruger 1. ligning for y

$$2x + 3y = 8 \Leftrightarrow 3y = 8 - 2x \quad | \cdot \frac{1}{3}$$
$$\Leftrightarrow y = \frac{8}{3} - \frac{2}{3}x$$

Sætter udtrykket for y inn i ligning 2.

$$-x + 2 \left(\frac{8}{3} - \frac{2}{3}x \right) = 3$$
$$-x + \frac{16}{3} - \frac{4}{3}x = 3$$

$$-x\left(1 + \frac{y}{3}\right) = 3 - \frac{16}{3} = \frac{3 \cdot 3 - 16}{3} = -\frac{7}{3}$$

(7)

$$-x\left(\frac{3}{3} + \frac{y}{3}\right) = -x \cdot \frac{7}{3} = -\frac{7}{3}$$

Ganger $-\frac{3}{7}$ på begge sider og = tegnet

giver $\underline{x = 1}$

$$y = \frac{8}{3} - \frac{2}{3}x$$

sette $x = 1$

$$y = \frac{8}{3} - \frac{2}{3} \cdot 1 = \frac{8-2}{3} = \frac{6}{3} = 2.$$

Løsningen er $\underline{x = 1}$ og $y = 2$

Alternativt brukes likning 2. : $x = 2y - 3$
setter inn i likning 1.

$$2(2y - 3) + 3y = 8$$

$$4y + 3y - 6 = 8$$

$$7y = 8 + 6 = 14$$

$$\underline{y = 2}$$

$$\underline{x = 2y - 3 = 2 \cdot 2 - 3 = 1}$$

Addisjonsmetoden

$$a = b \quad \text{og} \quad c = d$$

$$\Leftrightarrow a = b \quad \text{og} \quad a + c = b + d$$

⑧

Legger vi 2. likning 2 til likning 1

$$2x + 3y + 2(-x + 2y) = 8 + 2 \cdot 3$$

$$2x - 2x + 3y + 4y = 8 + 6 = 14$$

$$7y = 14 \quad \text{s\aa} \quad \underline{y = 2}$$

$$-x + 2y = 3 \quad \text{gir da} \quad x = 2y - 3 = \underline{1}$$

L\ossl\osstingen er $(x, y) = (1, 2)$

~~Oppg~~

$$\begin{aligned} 2x + 2y &= 6 \\ 2x + y &= 2 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{aligned} x + y &= 3 \\ 2x + y &= 2 \end{aligned}$$

Addisjonsmetode: $L2 - L1 = 2 - 3$

⑨

$$\begin{aligned} x + y &= 3 \quad \text{så} \quad y = 3 - x = 3 - (-1) = 4 \\ \text{Løsningen er} \quad \underline{(x, y) = (-1, 4)} \end{aligned}$$

Eks. Hans og Grethe er til sammen 18 år gamle
Om Går er Hans dobbelt så gammel
som Grethe er nå.

Hvor gamle er Hans og Grethe?

H ålder vil Hans

G ålder vil Goethe

⑩

$$H + G = 18$$

$$2G = H + 6$$

Så L2 gir $H = 2G - 6$

setter inn i L1 : $(2G - 6) + G = 18$

$$3G - 6 = 18$$

$$3G = 18 + 6 = 24 \cdot \frac{1}{3}$$

$$G = \frac{24}{3} = \underline{8}$$

$$H = 18 - G = 18 - 8 = \underline{10}$$

Hans nå var 10 år gammel og
Goethe nå var 8 år gammel.

opp Vi har 30 mynker, 1 krone og 5 kroner.

(11) Pengesummen er 54 kroner.
Hvor mange 1-kroner og 5-kroner har vi?

E antall 1-kronesylber

F antall 5-kronesylber.

$$E + F = 30$$

$$E + 5 \cdot F = 54$$

$$L2 - L1 : (E + 5F) - (E + F) = 54 - 30$$

$$E - E + F(5 - 1) = 24$$

$$4F = 24 \quad | \frac{1}{4}$$

$$F = \frac{24}{4} = \underline{6}$$

$$E = 30 - F = 30 - 6 = \underline{24}$$

Det er 24 1-kronesylber

og 6 5-kronesylber

Ulikheter

⑫

$$2 < 3 \Leftrightarrow$$

$$3 > 2$$

3 större än 2.

2 mindre än 3

$$3 < 2 \text{ Galt} \quad 2 < 3 \text{ SANTI}$$

$$x < 2$$

Sant när x är eller mindre än 2.

Ulikhet: påstånde med Ulikheter.
Lösningene till en Ulikhet är alla x
som gör Ulikheten sann.

$$2x - 3 < 1$$

$$\Leftrightarrow 2x - 3 + 3 < 1 + 3$$

$$2x < 4 \quad | \cdot \frac{1}{2}$$

Legger till 3
på begge sidor <

$$\underline{x < 2}$$

$$a < b \quad \Leftrightarrow \quad a + c < b + c$$

⑬

$$a < b \quad \Leftrightarrow \quad a + (-a) < b + (-a)$$

$$0 < b - a$$

spørsmål om fortegn.

$$0 < (b - a) \quad \Leftrightarrow \quad 0 < (b - a) \cdot c \quad c > 0$$

$$\Leftrightarrow \quad 0 > (b - a) \cdot c \quad c < 0$$

↑ ulikheten snus

$$a < b \quad \Leftrightarrow \quad a \cdot c < b \cdot c \quad c > 0$$

$$a < b \quad \Leftrightarrow \quad a \cdot c > b \cdot c \quad c < 0$$

snur ulikheten

hvis begge sider av ulikheten ganges med et negativt tall

$$3x - 2 < 5x + 1$$

trekkes fra $5x$
og legges til 2

(14)

$$3x - 5x < 1 + 2$$

$$< 3$$

$$(3 - 5)x$$

$$< 3$$

$$| \cdot \frac{1}{-2}$$

$$-2x$$

$$x > \left(\frac{-1}{2}\right) \cdot 3 = \frac{-3}{2}$$

snur for segnet!

$$\underline{x > \frac{-3}{2}}$$

alternativt

$$-2 - 1 < 5x - 3x$$

$$-3 < 2x$$

$$| \frac{1}{2}$$

$$\underline{-\frac{3}{2} < x}$$

$$\text{opg} \quad x+1 < -3x+2$$

legger til $3x$
 $\quad \quad \quad -1 \quad -1$

$$\textcircled{15} \quad x - (-3x) < 2 - 1 \quad | \cdot \frac{1}{4}$$

$$4x < 1$$

Løsningsene er: $\frac{x < \frac{1}{4}}$
 mindre enn eller lik

\leq, \leq
 \geq, \geq
 større enn _____

$$2 \leq 3, \quad 2 \leq 2$$

legger til $-3x$
 og -1

~~opg~~

$$x+1 \leq 3x+2$$

$$x - 3x \leq 2 - 1$$

$$-2x \leq 1 \quad | \cdot \frac{-1}{2}$$

(16)

$x \geq \frac{-1}{2}$
tsnr fortegnet siden vi
ganger begge sider av
 \geq med et negativt tall.