

17. aug 22

Brøke

$\frac{\text{teller}}{\text{nevner}}$ brøkstrek

$$\frac{2}{3} = 2 \cdot \frac{1}{3}$$

$$3 = \frac{3}{1}$$

$$\frac{13}{7} = 13 \cdot \frac{1}{7}$$

"Ny tall" $\frac{1}{m}$ innføres sammen med $n \cdot \frac{1}{m}$. Utvider heltallene.

Egenskap: $\frac{1}{n} \cdot n = 1 \quad n \neq 0$
↑
multiplikativ invers til n .

$$\frac{1}{0} \cdot 0 = 1$$

$$a \cdot 0 = 0$$

med $a = \frac{1}{0}$

$$b = b \cdot 1 = b \cdot 0 = 0$$

alle tall blir like 0

$$\left(\begin{array}{l} a \cdot 0 = 0 \text{ fordi} \\ a(b+0) = ab \\ a \cdot b + a \cdot 0 = a \cdot b \\ a \cdot 0 = 0 \end{array} \right)$$

hvis 0 har multiplikativ invers.

$$\frac{\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{b}}{a \cdot b} = \frac{1}{a \cdot b}$$

$$\left(\frac{1}{a}\right) \cdot \left(\frac{1}{b}\right) \cdot a \cdot b = \underbrace{\left(\frac{1}{a} \cdot a\right)}_1 \cdot \underbrace{\left(\frac{1}{b} \cdot b\right)}_1 = 1$$

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{5} &= 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 7 \cdot \frac{1}{5} = 2 \cdot 7 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} \\ &= \frac{2 \cdot 7}{3 \cdot 5} \end{aligned}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{\underbrace{1}_c} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c}$$

→ utvider brøken

forhørte
brøken ←

$$\frac{2}{3} = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{5} = \frac{10}{15}$$

$$\frac{25}{20} = \frac{5 \cdot 5}{5 \cdot 4} = \frac{\overbrace{5}^1}{5} \cdot \frac{5}{4} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{5 \cdot 4 + 30}{5 \cdot 7} = \frac{5 \cdot 4 + 5 \cdot 6}{5 \cdot 7}$$

$$= \frac{5(4+6)}{5 \cdot 7} = \frac{5}{5} \cdot \frac{4+6}{7} = \frac{10}{7}$$

(ikke: $\frac{\cancel{5} \cdot 4 + 30}{\cancel{5} \cdot 7} = \frac{4+30}{7} = \frac{34}{7}$)

$$\frac{91}{70} = \frac{7 \cdot 13}{7 \cdot 10} = \frac{\underbrace{7}_1}{7} \cdot \frac{13}{10} = \frac{13}{10}$$

Rasjonale tall \mathbb{Q}
Forholdstall

består av
 $\frac{a}{b}$ $b \neq 0$

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c} \quad c \neq 0$$

\mathbb{Q} utvidelse av heltallene \mathbb{Z}
slik at alle tall ulik 0 får
multiplikativ invers.

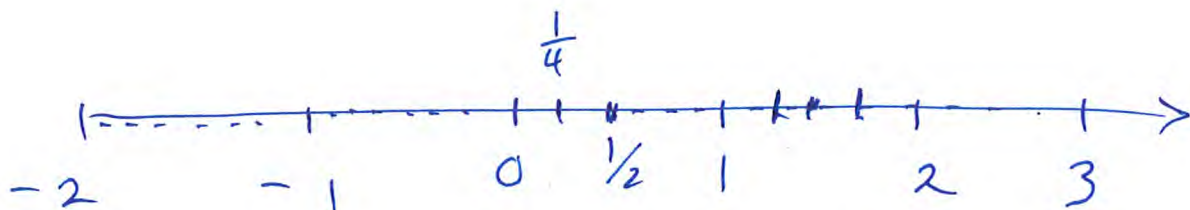
$$\frac{2}{3} \quad 5 = \frac{5}{1} \quad \left(5 \cdot 1 = \frac{5}{1} \cdot \frac{5}{5} = \frac{25}{5} \right)$$

$$5.2 = 5 + \frac{1}{5} = 5 \cdot \frac{5}{5} + \frac{1}{5} = \frac{26}{5}$$

$$(0.2 \cdot 5 = 2 \cdot 0.1 \cdot 5 = 1)$$

$$\text{så } 0.2 = \frac{1}{5}$$

Pause til
13:30.



tett med rasjonale tall
på tallinjen

Ikke alle tall på ~~to~~ linjen
svarer til et rasjonalt tall.

Utvider \mathbb{Q} til reelle tall
 \mathbb{R} slik at hvert reelt tall
svarer til et punkt på linjen.

Regnereglene utvides fra \mathbb{Q} .

$\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ reelle tall som ikke er
rasjonale, kalles irrasjonale tall.

Eksempler $\sqrt{2}$

π e , eulertallet
(L. Euler)

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = \frac{a \cdot b}{b \cdot a} = \frac{a \cdot b}{a \cdot b} = 1$$

$$a, b \neq 0$$

$\frac{b}{a}$ er multiplikativ invers til $\frac{a}{b}$.

$$\frac{1}{a/b} = \frac{b}{a}$$

$$\frac{2}{3/5} = 2 \cdot \frac{5}{3} = \frac{10}{3}$$

$$\frac{2/5}{7/3} = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 7}$$

brøker av brøker: budne brøker.

$$\begin{aligned} \frac{1/3}{5/(2/7)} &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5 \cdot (7/2)} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5 \cdot 7/2} \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5 \cdot 7} = \frac{2}{3 \cdot 5 \cdot 7} \end{aligned}$$

~~$$\frac{2/3}{4}$$~~

~~$$\frac{2/3}{4}$$~~

$$(2/3)/4 = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2}{2 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{1}{2 \cdot 3}$$

$$2/(3/4) = 2 \cdot \frac{4}{3} = \frac{8}{3}$$

som av brøker

$$\frac{2}{3} + \frac{5}{3} = \frac{1}{3} \cdot 2 + \frac{1}{3} \cdot 5$$
$$= \frac{1}{3}(2+5) = \frac{7}{3}$$

transitivitet.

$$\frac{2}{6} + \frac{4}{9} = \frac{1}{3} + \frac{4}{9}$$

utvider med 3

$$= \frac{3}{9} + \frac{4}{9}$$
$$= \frac{1}{9}(3+4) = \frac{7}{9}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot d} + \frac{b \cdot c}{b \cdot d}$$
$$= \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d}$$

$$\frac{5}{12} + \frac{7}{18} = \frac{5}{6 \cdot 2} + \frac{7}{6 \cdot 3}$$

utvider med 3 utvider med 2

$$= \frac{5 \cdot 3}{6 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{7 \cdot 2}{6 \cdot 3 \cdot 2} = \frac{15+14}{36} = \frac{29}{36}$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

$$1 + 2/3 = 1 + (2/3) = \frac{3}{3} + \frac{2}{3}$$

Anbefaler å skrive $1 + (2/3) = \frac{5}{3}$

$$(1+2)/3 = 3/3 = 1$$

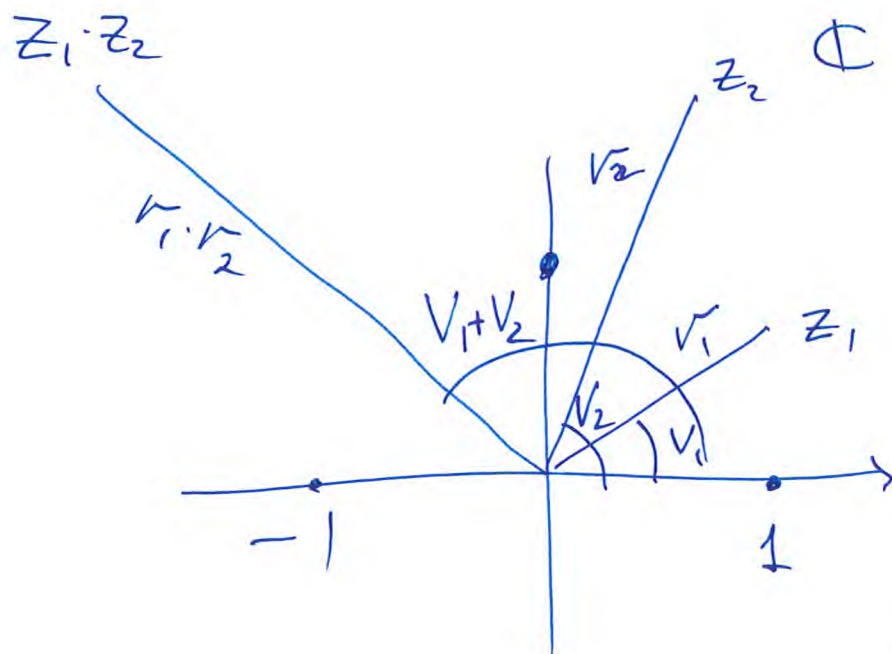
$$2/3 + 3 = (2/3) + 3$$

Anbefaler å skrive uttrykket med parenteser

(Det blir lett misforståelser ellers)

Typisk karakter skala

A	90 - 100	
B	80 - 89	
C	60 - 79	
D	50 - 59	
E	40 - 49	
F	< 40	stryk



Komplekse
tall

utvider

\mathbb{R}

ved å innføre

i slik at

$$i^2 = -1.$$

Komplekse tall
introduseres i senere
kurs.