Forslag til løsning til Test 27.01.2020

1. $p(x) = -x^3 + 12x^2 - 13$

$$p'(x) = -1(x^3)' + 12(x^2)' - 13(1)'$$
$$= -3x^2 + 24x = \underline{3x(8-x)}$$

2. $p(x) = -5x(3+4x)^9$

$$p'(x) = \underbrace{(-5x)'}_{-5}(3+4x)^9 + (-5x)\underbrace{((3+4x)^9)'}_{9(3+4x)^8 \cdot \underbrace{(3+4x)'}_{4}}$$
$$= -5(3+4x)^9 - 5x \cdot 9(3+4x)^8 \cdot 4$$
$$= -5(3+4x)^8((3+4x) + x \cdot 9 \cdot 4)$$
$$= \underline{-5(3+4x)^8(40x+3)}$$

3. $f(x) = \sqrt{1+x^2}$ $\qquad f(1) = \sqrt{2}$

Finn tangentlinjen i $(1, \sqrt{2})$.

$$f'(x) = ((1+x^2)^{1/2})' = \tfrac{1}{2}(1+x^2)^{-1/2}) \cdot (1+x^2)'$$
$$= \underline{\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}}$$

$f'(1) = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Tangentlinjen

$$y = \sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}(x-1)$$
$$= \underline{\frac{x}{\sqrt{2}} + \left(\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)}$$

4. $f(x) = \dfrac{x^2}{x+3}$

asymptoter
topp / bunn punkt
Lag skisse av grafen.

(2)

polynomdivisjon

$$x^2 : x+3 = x - 3 + \frac{9}{x+3}$$
$$\begin{array}{l} x^2+3x \\ \hline -3x \\ -3x-9 \\ \hline \qquad 9 \end{array}$$

$$f(x) = x-3+\frac{9}{x+3}.$$

$f(0)=0$

$y = x-3$ skrå asymptoter

$$\lim_{x\to\pm\infty} f(x)-(x-3) = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{9}{x+3} = 0$$

Vertikal asymptote i $x=-3$.

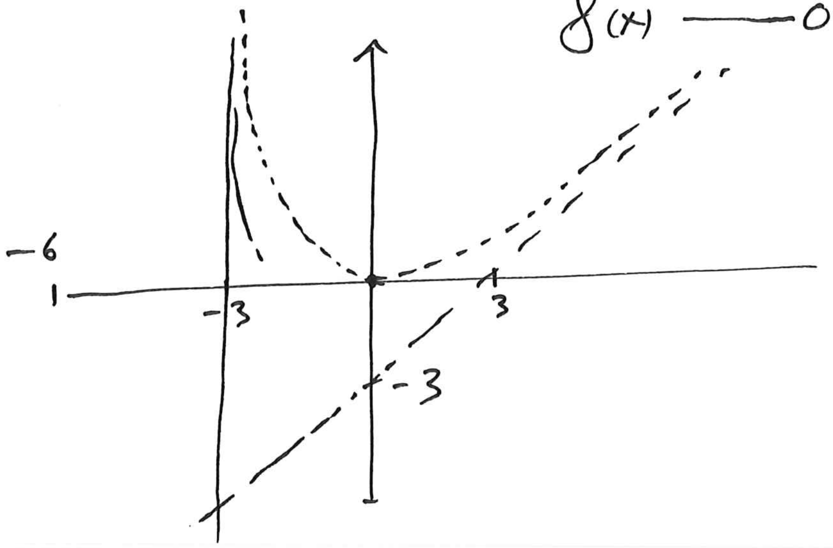
$$f'(x) = 1 + 9\frac{-1}{(x+3)^2}(x+3)'$$
$$= 1 - \frac{9}{(x+3)^2} = \frac{(x+3)^2-9}{(x+3)^2} = \frac{x^2+6x}{(x+3)^2}$$

$f'(x)=0$ når $x^2+6x = x(x+6)=0$

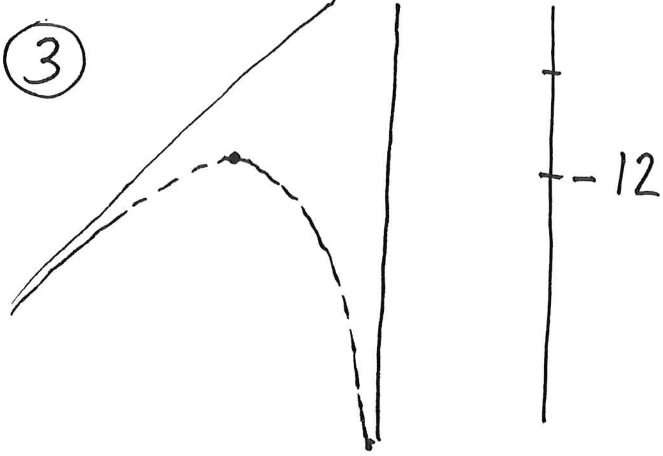
$x=-6$ og $x=0$

	-6	-3	0	
$f'(x)$	—— 0 - - - -	x	- - - - 0 ——	

$f(-6) = \frac{36}{-6+3} = -12$



③



5 $$g(x) = \begin{cases} 2x & x<1 \\ 3-x^2 & x \geq 1 \end{cases} \qquad [-2,2]$$

$g(1) = 2$ Finn ekstremalverdiene.

$$g(x)' = \begin{cases} (2x)' & x<1 \\ (3-x^2)' & x>1 \end{cases} = \begin{cases} 2 & x<1 \\ -2x & x>1 \end{cases}$$

$$g'(1) = \lim_{x\to 1} \frac{g(x)-g(1)}{x-1}$$

grensen fra venstre side $\lim_{x\to 1^-} \frac{2x-2}{x-1} = 2$

høyre side $\lim_{x\to 1^+} \frac{(3-x^2)-(3-1^2)}{x-1}$

$= (3-x^2)'|_{x=1} = -2.$

$g'(1)$ eksiter ikkje
(brekkpunkt)

$x=1$ kritisk pt. endepunktene $-2, 2$ kritiske.

ingen stasjonære pt.

$g(x)$ kont. på $[-2,2]$, så ved ekstremalverdi-setningen finnes det minimal- og maksimalverdier.

$g(-2) = 2(-2) = -4$, $g(2) = 3-(2^2) = -1$

$g(1) = 2$

største verdi er 2
minste verdi er -4.