

Innlevering Fork1100 - Matematikk forkurs OsloMet
Obligatorisk innlevering 3
Innleveringsfrist Onsdag 13. november 2019 kl. 12:30
Antall oppgaver: 13

1

Bestem vinkelen mellom vektorene $\vec{u} = [2, 7]$ og $\vec{v} = [4, -5]$. Hva er vinkelen mellom to linjer parallelle til vektorene?

2

Vi har gitt to vektorer \vec{a} og \vec{b} slik at $|\vec{a}| = 4$ og $|\vec{b}| = 5$ samt at vinkelen mellom \vec{a} og \vec{b} er 120 grader. Bestem lengden til følgende vektorer og bestem vinkelen mellom dem

$$\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} \quad \text{og} \quad \vec{v} = -\vec{a} + \vec{b}$$

3

Gitt to ikkje-parallelle vektorer \vec{a} og \vec{b} . De utspenner en trekant ved å la ene hjørne være origo og de to andre hjørnene A og B være gitt ved $\vec{OA} = \vec{a}$ og $\vec{OB} = \vec{b}$. La P være punktet midt mellom origo og A og la Q være punktet mellom A og B slik at AQ er halvparten så lang som QB . Vis at linjene mellom B og P treffer linjen gjennom origo og Q i akkurat ett punkt S . Uttrykk vektoren \vec{OS} ved hjelp av \vec{a} og \vec{b} .

(Tegn gjerne en figur for typiske vektorer \vec{a} og \vec{b} .)

4

La \vec{a} og \vec{b} være to vektorer og anta at $\vec{b} \neq \vec{0}$. Da er \vec{a} en sum av en vektor \vec{a}_{\parallel} parallell til \vec{b} og en vektor \vec{a}_{\perp} vinkelrett på \vec{b} . Denne dekomponeringen er entydig (det vil si at det finnes bare en slik dekomponering) og at den er gitt ved

$$\vec{a}_{\parallel} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b} \quad \text{og} \quad \vec{a}_{\perp} = \vec{a} - \vec{a}_{\parallel}. \quad (1)$$

Dekomponer vektoren $\vec{a} = [-2, 1, 5]$ som en sum av en vektor parallell til $\vec{b} = [1, 0, 7]$ og en vektor som er vinkelrett på \vec{b} .

5

Finn volumet til tetraederet med hjørner $O(0, 0, 0)$, $P(1, -3, 5)$, $Q(2, 0, 6)$ og $R(4, 24, -2)$.

6

- Finn en likning som beskriver (har løsning som er) planet vinkelrett på vektoren $[-2, 0, 5]$ og som inneholder punktet P med koordinater $(-2, 4, 1)$.
- Finn en likning som beskriver planet som inneholder punktet $(1.381, 5.834, 39.110)$ og som er vinkelrett på vektoren $\vec{u} = [0.735, -2.879, 0.088]$.

7

To plan i rommet er gitt ved $2x - y + 3z = 12$ og ved $x + 5y - 2z = -3$. De to planene snitter i en linje. Det vil si at punktene de har til felles er en linje. Parametriser denne linjen.

8

Finn alle plan som er utspent av vektorene $\vec{a} = [1, 2, -3]$ og $\vec{b} = [-2, -4, -6]$. og som har korteste avstand til origo lik 5. Planene skal beskrives ved en likning.

9

Vi har gitt tre punkt A, B og C i rommet med koordinater henholdsvis $(1, 0, 0)$, $(0, 3, 2)$ og $(1, 3, -3)$.

- Finn vinkelen $\angle ABC$
- Finn en parametrisering av planet som inneholder de tre punktene A, B og C .
- Finn en likning for planet i b) og bestem arealet til trekanten ABC .

10

Et regulært tetraeder er et tetraeder som består av fire sider som er likesida trekantene. La lengden på sidekantene i de likesida trekantene være L .

a) Vi kan starte med å se på en likesida trekant ABC i xy -planet. La A være origo og la B ha koordinater $(L, 0, 0)$. Anta at det tredje hjørnet har positiv y -koordinat. Finn koordinaten til punktet C .

b) La punkte E ligge midt i trekanten ABC . Det vil si at avstanden fra punktet E til de tre hjørnene A, B og C skal være like. Finn denne avstanden og finn koordinaten til punktet E .

c) Vi legger nå til et fjerde punkt D med positiv z -koordinat slik at A, B, C , og D er hjørnene i et regulært tetraeder. Finn koordinaten til punktet D , og finn avstanden fra D til trekanten ABC i xy -planet ("høyden"). Finn vinkelen mellom linjen AD og den positive z -aksen

- Finn volumet og overflatearealet til tetraederet.

11

a) Finn den korteste avstanden mellom linjene parametrisert ved

$$[2, 2, 3]t + [1, 2, 3]$$

for reelle t , og ved

$$[4, 1, -5]s + [1/2, 1/3, -2]$$

for reelle s .

b) Finn endepunktene til det korteste linjestykke mellom linjene (det er det samme som et punkt på hver linje slik at avstanden mellom dem er minst mulig.)

Følger og rekker

12

- Finn summen av alle naturlige tall mindre enn eller lik 1000.
- Finn summen av alle positive partall (dvs. tall som er delelige med 2) mindre enn eller lik 1000.
- Finn summen av alle naturlige tall som er delelige med 5 og mindre enn eller lik 1000.
- Finn summen av alle naturlige tall som er delelige med 2 eller 5 (eller begge) og mindre enn eller lik 1000.

13

Vis at summen av alle tall på formen

$$2^n 3^m,$$

hvor $0 \leq n \leq 11$ og $0 \leq m \leq 5$, er lik 1 490 580. (Det er $12 \cdot 6 = 72$ slike tall.)