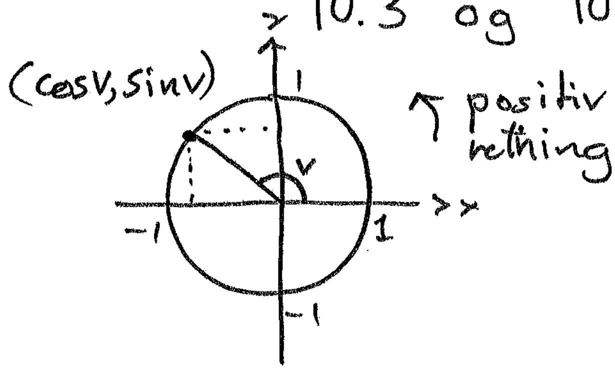
6.02.

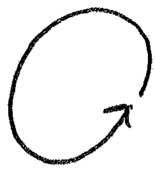
10 Trigonometriske funksjoner

(1) Vi bruker radianer (de gir et enklere uttrykk for de deriverte av cos og sin enn grader.)

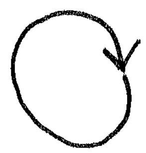
10.3 og 10.5 Sinus og kosinus



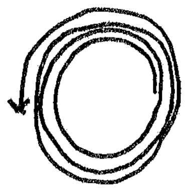
Vinkelen (i radianer) $V = \dfrac{\text{buelengde}}{\text{radius}}$



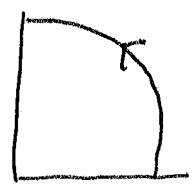
Vinkelen $V = 2\pi$



$V = -2\pi$



$V = 3 \cdot 2\pi + \pi$
$= \underline{7\pi}$



$V = \frac{\pi}{2}$

($60° = \frac{\pi}{3}$ $30° = \frac{\pi}{6}$ $45° = \frac{\pi}{4}$)

2

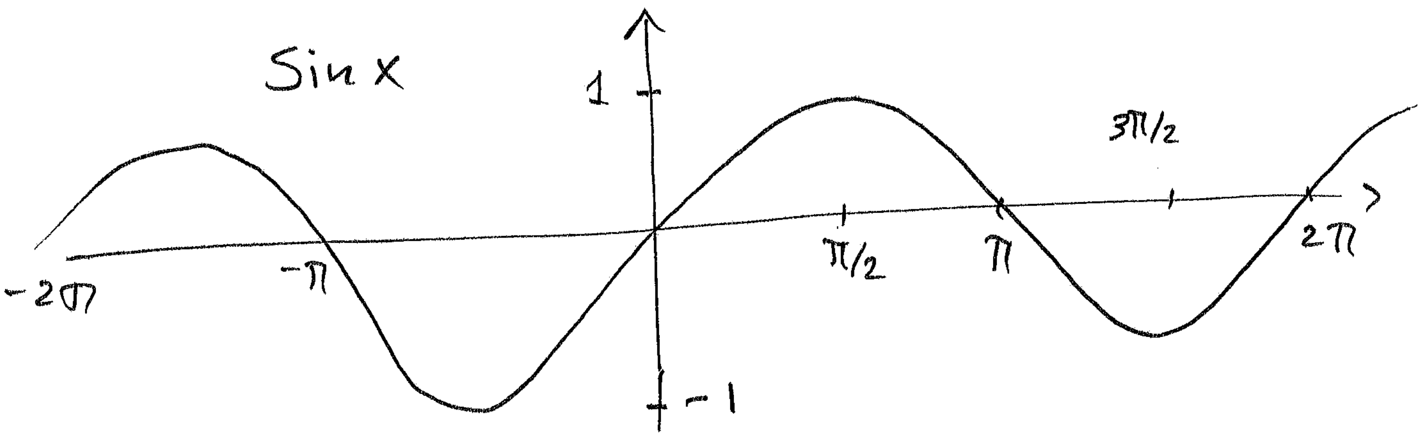
Sinusbølger

$f(x) = \sin x$ — definert for alle reelle tall x.

$f(-x) = -f(x)$ — odde funksjon.

$f(x+2\pi) = f(x)$ — $f(x) = \sin x$ er en periodisk funksjon med periode $p = 2\pi$.

(2π er det minste tallet a slik at $\sin(x+a) = \sin x$ for alle x.)



Toppunkt til $\sin x$: $\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi \cdot n, 1\right)$

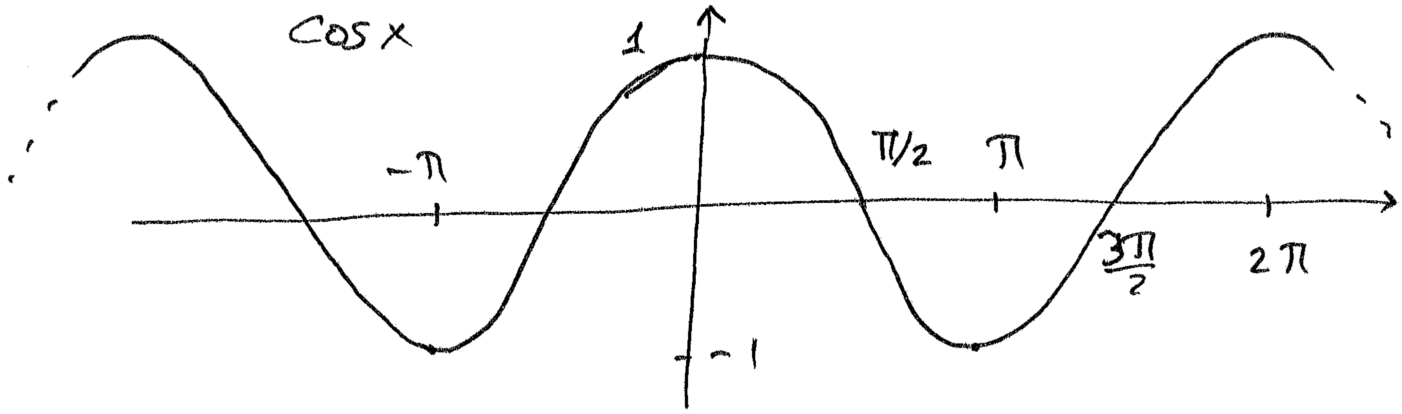
Bunnpunkt til $\sin x$: $\left(\frac{3\pi}{2} + 2\pi \cdot n, -1\right)$

Nullpunkt til $\sin x$: $x = \pi \cdot n$ — n heltall.

(3) $g(x) = \cos x$ definert for alle reelle tall x.

$g(-x) = g(x)$ jevn funksjon.

$g(x+2\pi) = g(x)$ periodisk funksjon med periode 2π.



Toppunkt til cos x : $(2\pi \cdot n, 1)$

Bunnpunkt til cos x : $(2\pi \cdot n + \pi, -1)$

Nullpunkt til cos x : $x = \frac{\pi}{2} + \pi \cdot n$

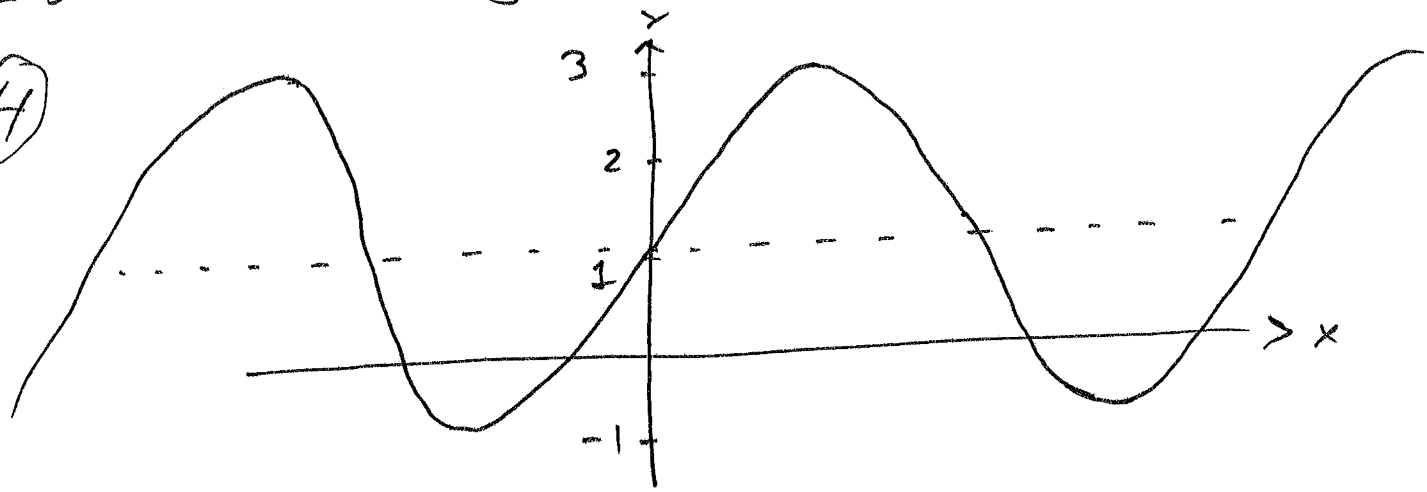
n heltall.

$$\sin x = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$$

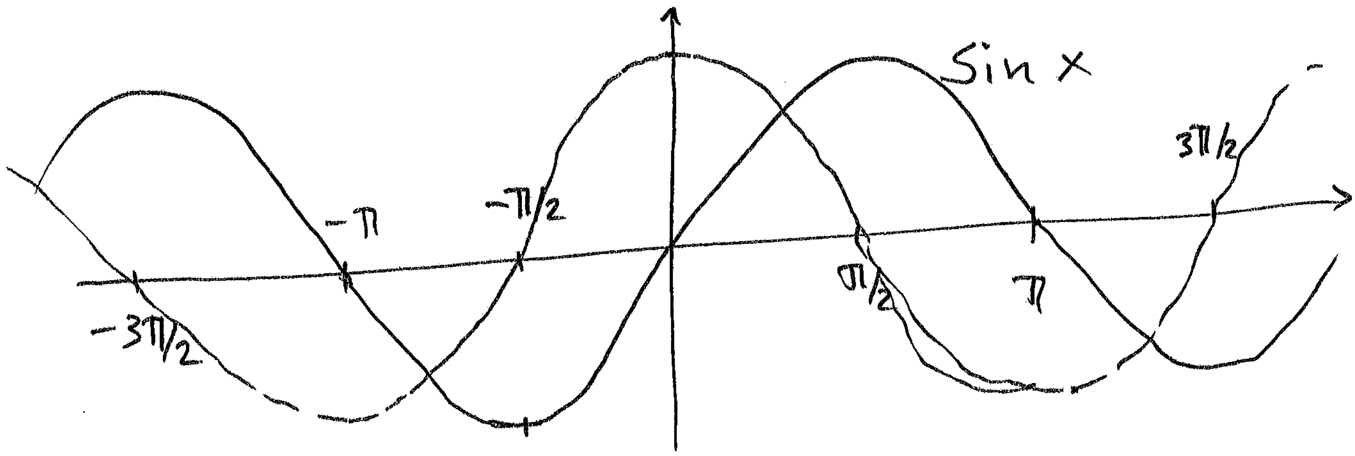
$$\cos x = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$$

Eks Skisser $f(x) = 2\sin x + 1$

4



oppg. Skisser grafen til $\sin\left(x - \frac{3\pi}{2}\right)$.



grafen til $\sin\left(x - \frac{3\pi}{2}\right)$ er lik grafen til $\sin x$ "forsjøvet" $\frac{3\pi}{2}$ mot høyre.

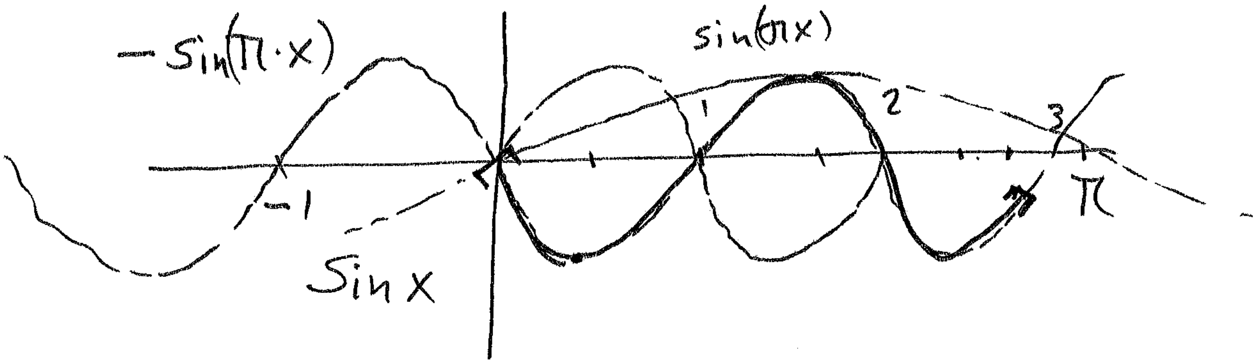
$\sin x = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ La $x = y - \frac{3\pi}{2}$

$$\sin\left(y - \frac{3\pi}{2}\right) = \cos\left(y - \frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{2}\right) = \cos(y - 2\pi)$$
$$= \cos y.$$

(5) Finn ekstremalpunktene til

$f(x) = -\sin(\pi \cdot x) \qquad x \in [0, \frac{11}{4}]$

Lag en skisse av grafen.



Lokalt minimumspunkt : $(\frac{1}{2}, -1)$ og $(\frac{5}{2}, -1)$

Lokalt maksimumspunkt $(\frac{3}{2}, 1)$, $(0,0)$, $(\frac{11}{4}, \frac{-1}{\sqrt{2}})$

(6)

10.4

$$a\sin(k(x-c)) + d \qquad k \neq 0$$

$|a|$ amplitude

c faseforskyvning

d likevektslinje

perioden $p = \frac{2\pi}{k}$ $\left(k = \frac{2\pi}{p}\right)$.

oppg. Finn a, c, d, k og p for
(amplitude)

1) $-3\sin(\pi x - 2) + 1$

$a \sin k(x-c) + d$

$d = 1$, $a = -3$ amplituden $|-3| = 3$

$k = \pi$ $k \cdot c = 2$ så $c = \frac{2}{k} = \frac{2}{\pi}$

$p = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{\pi} = 2$.

2) $2(\sin(3x+2) - 3)$

$= 2\sin(3(x - (\frac{-2}{3}))) - 6$

$a = 2$ $k = 3$ $p = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{3}$

$d = -6$ $c = \frac{-2}{3}$.

Se geogebra eksempel på hjemmesiden.