

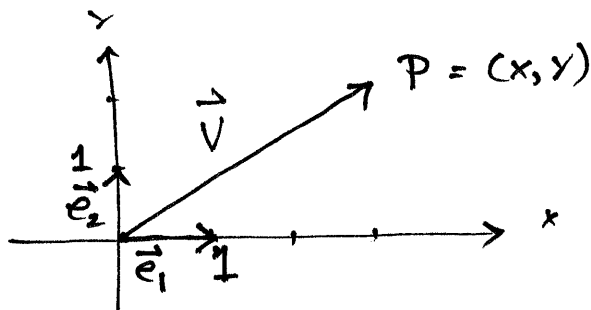
17. oktober 2011

H. Fausk

①

12.6 Regning med vektorkoordinater

12.7 Vektorer mellom to punkt.



$$\begin{aligned}\vec{v} &= \vec{OP} = [x, y] \\ &= x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{0} &= \vec{O} = [0, 0]. \\ &(\text{Origo})\end{aligned}$$

Addisjon av vektorer

$$[x_1, y_1] + [x_2, y_2] = [x_1 + x_2, y_1 + y_2]$$

$$(x_1\vec{e}_1 + y_1\vec{e}_2) + (x_2\vec{e}_1 + y_2\vec{e}_2)$$

$$= (x_1 + x_2)\vec{e}_1 + (y_1 + y_2)\vec{e}_2 = [x_1 + x_2, y_1 + y_2].$$

$$\vec{v} = [1, 2], \quad \vec{u} = [3, -5]$$

$$\vec{v} + \vec{u} = [1, 2] + [3, -5] = [1+3, 2+(-5)] = \underline{[4, -3]}$$

Skalar multiplikasjon

$$t[x, y] = [t \cdot x, t \cdot y]$$

skaler $[x, y]$ med t .

$$-1[x, y] = [-x, -y] \text{ motsattvektor til } [x, y].$$

② $3\vec{v} + 2\vec{u}$ (En lineærkombinasjon av \vec{u} og \vec{v} .)

$$= 3[1, 2] + 2[3, -5]$$

$$= [3, 6] + [6, -10]$$

$$= \underline{[9, -4]}$$

$$[x_1, y_1] - [x_2, y_2] = [x_1, y_1] + (-1 \cdot [x_2, y_2])$$

$$= [x_1, y_1] + [-x_2, -y_2]$$

$$= \underline{[x_1 - x_2, y_1 - y_2]}$$

$$8\vec{v} - \vec{u} = 8[1, 2] - [3, -5]$$

$$= [8, 16] - [3, -5]$$

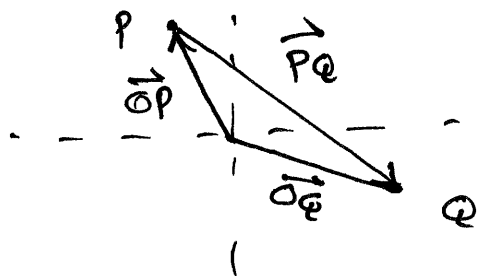
$$= [8 - 3, 16 - (-5)]$$

$$= \underline{[5, 21]}$$

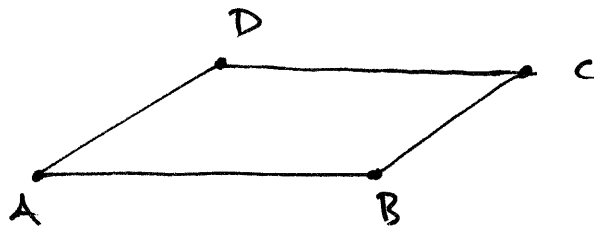
Gitt to punkt $P = (x_1, y_1)$ og $Q = (x_2, y_2)$

$$\vec{PQ} = \vec{OQ} - \vec{OP} = [x_2, y_2] - [x_1, y_1]$$

$$= \underline{[x_2 - x_1, y_2 - y_1]}$$



③ Et parallelogram er en firkant hvor modsættede sider er parallelle (og lige lange).



$$\vec{AB} = \vec{DC}$$
$$\vec{AD} = \vec{BC}$$

Givt $A = (0, 1)$, $B = (4, -1)$ og $D = (2, 3)$.

Hva er C hvis $ABCD$ er et parallelogram?

$$\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AB} + \vec{AD}$$

$$\vec{AB} = [4-0, -1-1] = [4, -2]$$

$$\vec{AD} = [2-0, 3-1] = [2, 2]$$

$$\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{AD} = [4, -2] + [2, 2] = [6, 0]$$

$$\vec{OC} = \vec{OA} + \vec{AC} = [0, 1] + [6, 0] = [6, 1]$$

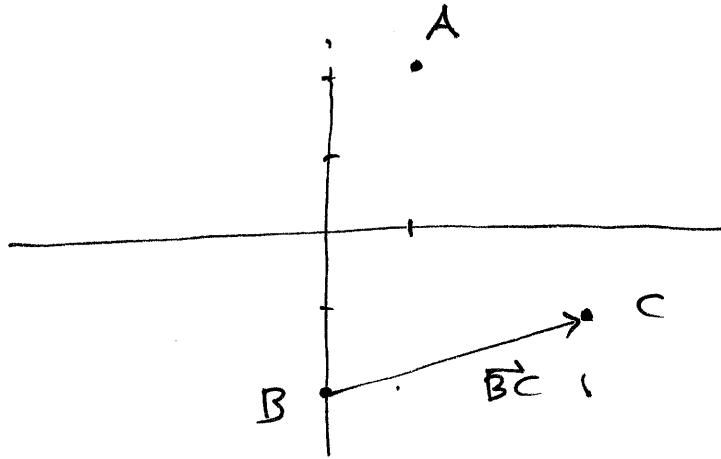
Punktet C har koordinat $(6, 1)$

④ En trekant er gitt ved 3 punkt
A, B og C.

$$A = (1, 2), \quad B = (0, -2) \quad \text{og} \quad \vec{BC} = [3, 1]$$

Hva er koordinaten til punktet C?

Hva er vektorene \vec{AB} og \vec{AC} ?



$$\begin{aligned}\vec{OC} &= \vec{OB} + \vec{BC} \\ &= [0, -2] + [3, 1] = [3, -1]\end{aligned}$$

Koordinaten til C er $(3, -1)$

$$\begin{aligned}\text{Vektoren } \vec{AB} &= \vec{OB} - \vec{OA} = [0, -2] - [1, 2] \\ &= \underline{[-1, -4]}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{AC} &= \vec{OC} - \vec{OA} = [3-1, -1-2] \\ &= \underline{[2, -3]}\end{aligned}$$

oppgave.

⑤ Linjestykke mellom punktene $A = (-3, -2)$
og $B = (3, 7)$ treffer en linje gitt
ved $y = 3x + 4$ i et punkt P .

Hva er P ?

Finn forholdet mellom lengden av
linjestykke fra A til P og linjestykke
fra B til P .

Linjen gjennom A og B er gitt
ved $y = \frac{3x+5}{2}$.

De to linjene møtes i punktet $P = (-1, 1)$.

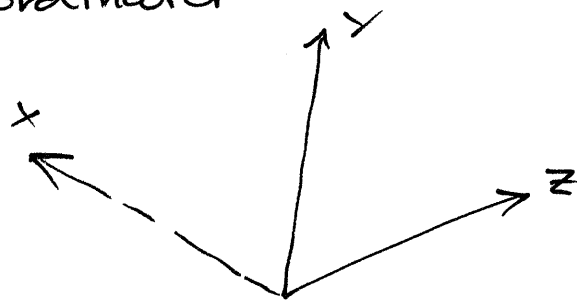
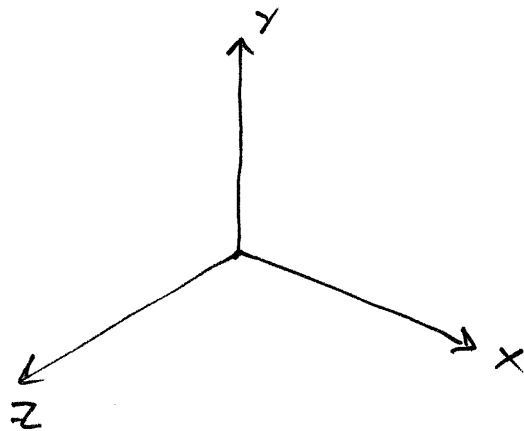
$$\vec{AP} = [2, 3].$$

$$\vec{PB} = [4, 6] = 2\vec{AP}$$

Så forholdet mellom AP og PB er $1:2$.

⑥

12.8 og 12.9 Romkoordinater

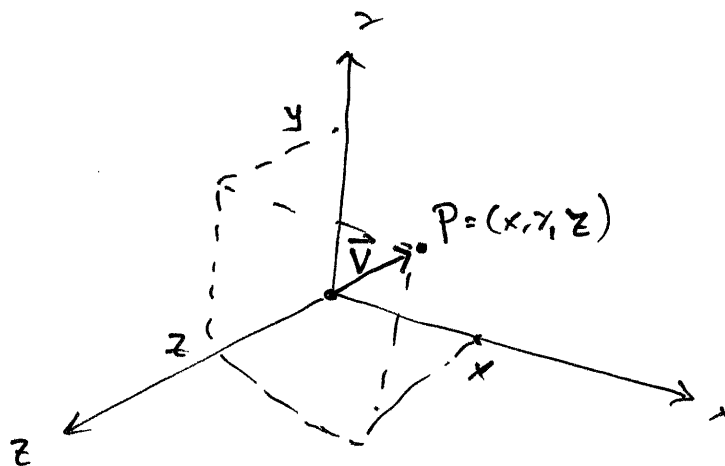


Retningen til aksene er gitt ved høyrehandregelen.



Fingrene i x-retning, vnr mot y-retning.
Tommeleien skal da peke i z-retning.
x, y, z er et høyrehandssystem.

Vektorkoordinater



$$\vec{V} = \vec{OP} = [x, y, z]$$

$$P = (x, y, z).$$

$$\textcircled{7} \quad \vec{e}_1 = [1, 0, 0], \quad \vec{e}_2 = [0, 1, 0], \quad \vec{e}_3 = [0, 0, 1]$$

$$\vec{v} = [x, y, z] = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2 + z\vec{e}_3.$$

$$\vec{0} = [0, 0, 0]$$

$$[x_1, y_1, z_1] = [x_2, y_2, z_2] \quad \text{hvis og bare hvis}$$

$$x_1 = x_2, \quad y_1 = y_2, \quad z_1 = z_2.$$

$$* [x_1, y_1, z_1] + [x_2, y_2, z_2]$$

$$= [x_1 + x_2, y_1 + y_2, z_1 + z_2]$$

$$* t[x, y, z] = [tx, ty, tz].$$

Eksempler $\vec{v} = [1, 2, 3]$ og $\vec{u} = [3, 2, -1]$.

$$\frac{1}{2}\vec{v} + \frac{1}{3}\vec{u} = \left[\frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}\right] + \left[1, \frac{2}{3}, -\frac{1}{3}\right]$$

$$= \left[\frac{1}{2} + 1, 1 + \frac{2}{3}, \frac{3}{2} - \frac{1}{3}\right]$$

$$= \underline{\underline{\left[\frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{7}{6}\right]}}$$

$$\vec{u} - \vec{v} = [3, 2, -1] - [1, 2, 3]$$

$$= [3 - 1, 2 - 2, -1 - 3]$$

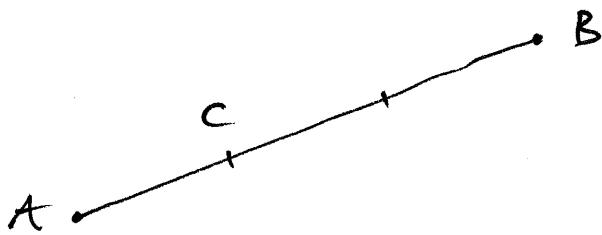
$$= \underline{\underline{[2, 0, -4]}}$$

⑧ Gitt $A = (1, -1, 0)$ og $B = (4, 5, 9)$

La c være et punkt på linjestykke AB
slik at forholdet mellom lengden på

AC og cB er $1:2$. (AC er halvparten
så lang som cB .)

Hva er koordinaten til c ?



$$2\vec{AC} = \vec{cB}$$

$$\vec{AC} + \vec{cB} = \vec{AB}$$

$$\vec{AC} + 2\vec{AC} = 3\vec{AC} = \vec{AB}$$

$$\vec{AC} = \frac{1}{3}\vec{AB} = \frac{1}{3}[4-1, 5-(-1), 9-0]$$

$$= \frac{1}{3}[3, 6, 9]$$

$$= [1, 2, 3]$$

$$\vec{OC} = \vec{OA} + \vec{AC} = [1, -1, 0] + [1, 2, 3]$$

$$= [2, 1, 3]$$

koordinaten til punktet c er (2, 1, 3)