

Innlevering i FO929A - Matematikk  
Obligatorisk Innlevering 6  
Innleveringsfrist 06. mars 2009 kl. 14.00  
Antall oppgaver 8

## Oppgave 1

Løs likningene ved regning. Svarene skal gis eksakt.

- a)  $\cos x = -1$
- b)  $2 \sin x + 1 = 0, \quad x \in (-\pi, \pi]$
- c)  $\sqrt{3} \sin x - \cos x = 0, \quad x \in [0, 2\pi)$
- d)  $2 \sin x \cos x = 0, \quad x \in (-\pi, \pi]$
- e)  $4 \cos x(1 - \cos x) = 1, \quad x \in [0, 4\pi)$
- f)  $\sin^2 x - 2 \sin x \cos x + \cos^2 x = 0, \quad x \in (-\pi, \pi]$

## Oppgave 2

Løs likningene ved regning. Svarene skal gis eksakt.

- a)  $\sqrt{3} \sin x - \cos x = 1, \quad x \in [0, 2\pi)$
- b)  $2 \sin x \cos x = 1, \quad x \in (-\pi, \pi]$
- c)  $\sqrt{3} \sin x + 3 \cos x = 2\sqrt{3}, \quad x \in [0, 2\pi)$
- d)  $\sin^2 x = 1 - \cos x, \quad x \in (-\pi, \pi]$
- e)  $\arctan(x) = \pi/4$

## Oppgave 3

Løs ulikhetene ved bruk av fortegnsskjema.

- a)  $\cos x > 0, \quad x \in [0, 2\pi)$
- b)  $2 \sin x + 1 \leq 0, \quad x \in [-\pi, \pi]$
- c)  $\sqrt{3} \sin x - \cos x < 0, \quad x \in [0, 2\pi)$
- d)  $2 \sin x \cos x \geq 0, \quad x \in [0, \pi]$
- e)  $4 \cos x(1 - \cos x) > 1, \quad x \in [0, 4\pi)$
- f)  $\sin^2 x - 3 \sin x \cos x + 2 \cos^2 x \leq 0, \quad x \in (-\pi/2, \pi/2)$

## Oppgave 4

Finn nullpunktene til disse funksjonene ved regning.

a)  $f(x) = 2 \sin x - \sqrt{5} \cos x, \quad x \in [0, 2\pi)$

b)  $f(x) = 3 \sin(\pi x - \pi) - 2, \quad x \in [0, 2)$

c)  $f(x) = 3 \sin x - 4 \cos x - 5, \quad x \in [0, 2\pi)$

d)  $f(x) = \frac{\sin x - 2 \cos x}{\cos x + 2}, \quad x \in [0, 2\pi)$

e)  $f(x) = \sin x - \sqrt{3} \cos x - 1, \quad x \in [0, 2\pi)$

## Oppgave 5

Skriv disse harmoniske svingningene på formen  $A \sin(\omega(x - \phi)) + c$ . Regn også ut perioden  $T$ , og bruk dette til å skissere grafen til funksjonene.

a)  $h(x) = \sin(x + \pi/3) + 1$

b)  $h(x) = 5 \sin(\pi x - \pi/3) - 2$

c)  $h(x) = 2 \cos(x - \pi/4) + 3$

d)  $h(x) = \sin x + \sqrt{3} \cos x + 2$

## Oppgave 6

Deriver disse funksjonene:

a)  $f(x) = 2 \sin x - 3 \cos x + 2$

b)  $f(x) = \sin(3x + 1)$

c)  $f(x) = \sin^2 x - \cos x$

d)  $f(x) = \tan x - \sin x$

e)  $f(x) = x \sin x - \sqrt{x} \cos x$

f)  $f(x) = \frac{\sin x - 1}{\cos x + 2}$

g)  $f(x) = \frac{3 \sin x - \cos^2 x}{2 \sin x + \cos x}$

## Oppgave 7

Vi betrakter funksjonen  $f(x) = 4 \sin^2 x - 4 \cos x - 1$ ,  $x \in [0, \pi]$ .

- Finne nullpunktene til  $f$  ved regning. Svarene skal gis eksakt.
- Regn ut  $f'$ .
- Finne de stasjonære punktene til  $f$  ved regning, og bestem koordinatene til alle lokale topp- og bunnpunkter for  $f$ . Oppgi eksakte verdier.
- Hva er den største og minste verdien til  $f$ ?
- Finne  $f''$ .
- Bestem koordinatene til eventuelle vendepunkter for  $f$ . Koordinatene kan oppgis som tilnærmede verdier.
- Når er  $f$  konveks og konkav?
- Skisser grafen til  $f$ .

## Oppgave 8

Vi betrakter funksjonen  $f(x) = \frac{1 - \cos x}{2 \sin x - 1}$ .

- Forklar hvorfor  $x = \pi/6$  ikke kan være med i  $D_f$ .

I resten av oppgaven bruker vi at  $D_f = (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{6}) \cup (\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2})$ .

- Finne nullpunktene til  $f$ . Svarene skal gis eksakt.
- Bestem eventuelle vertikale asymptoter for  $f$ .
- Regn ut  $f'$ .
- Finne alle stasjonære punkter for  $f$ .
- Sett opp et fortegnsskjema for  $f'$ , og bruk dette til å avgjøre når  $f$  er voksende og avtagende.
- Finne koordinatene til eventuelle lokale topp- og bunnpunkter for  $f$ .
- Har  $f$  noen største eller minste verdi?
- Skisser grafen til  $f$ .