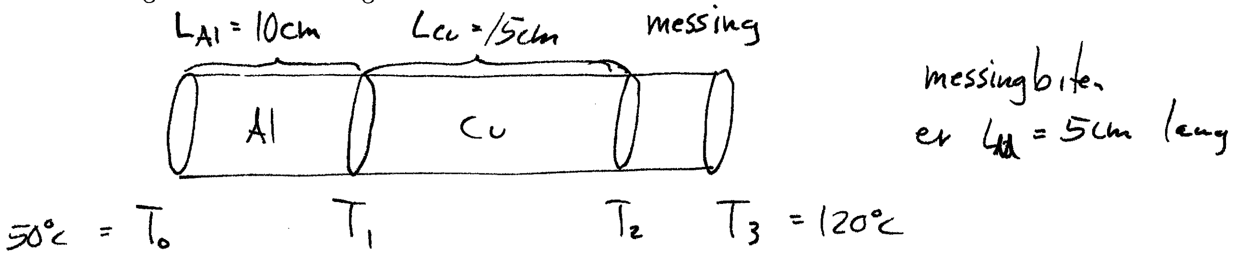
Løsningsforslag til innlevering 3 i FO152A

Innleveringsfrist var mandag 8. november 2010.

Oppgave 1

Tre stenger av aluminium, kobber og messing er satt sammen som i figuren. Stengene er festet til en vegg i hver ende. Veggene holder jevn temperatur som angitt. Radien til stanga er 10 cm.



a) Hva er varmestrømmen gjennom stanga?

b) Hva er temperaturen ved overgangen mellom aluminium og kobber og mellom kobber og messing?

Varmeledningsevnen er gitt ved: Aluminium $k_{\text{Al}} = 205\,Wm^{-1}K^{-1}$, Kobber $k_{\text{Cu}} = 385\,Wm^{-1}K^{-1}$ og $k_{\text{Messing}} = 109\,Wm^{-1}K^{-1}$

(Vi ser bort fra fortegnet når vi regner på varmestrøm nedenfor. Vi regner ut tallverdien til varmestrømmen. Vi vet at varmen strømmer fra det varme til det kalde området.)

Vi gir to løsninger til oppgaven. Det raskeste vil være å observere at vi har samme tverrsnittareal gjennom hele stangen og derfor kan vi finne u-verdiene til stangen fra u-verdiene til de tre delene. Til et gitt materiale er u-verdien gitt som k-verdi delt på tykkelsen til materialet (i retning varmeledingen) forutsatt at tverrsnittarealet er konstant. Derfor finner vi at $u_{\text{Messing}} = 109\,Wm^{-2}K^{-1}/0.05m = 2180\,Wm^{-2}K^{-1}$, og tilsvarende $u_{\text{Cu}} = 2567\,Wm^{-2}K^{-1}$, $u_{\text{Al}} = 2050\,Wm^{-2}K^{-1}$. Vi bruker at u-verdien til den sammensatte stangen er gitt ved

$$u = \left(u_{\text{Messing}}^{-1} + u_{\text{Cu}}^{-1} + u_{\text{Al}}^{-1}\right)^{-1}.$$

(Dette er synt i forelesningsnotatet 18. oktober. Det blir også inndirekte synt nedenfor i den alternative løsningen.)

Dette gir at u-verdien er $u = 748\,Wm^{-2}K^{-1}$. Varmestrømmen gjennom stangen blir da lik $\Phi = Au\Delta T$ hvor A er tverrsnittarealet πr^2 og $\Delta T = (120 - 50)K = 70K$. Varemestrømmen gjennom stangen er

$$\Phi = 0.0314m^2 \cdot 748\,Wm^{-2}K^{-1} \cdot 70K = 1.64kW.$$

Her er en alternativ fremgangsmåte. Varmestrømmen gjennom de tre materialene er like stor. Vi kaller temperaturen i overgangen fra aluminium til kobber T_1 og temperaturen i overgangen fra kobber til messing T_2. La $T_0 = 50°$Celsius og $T_3 = 120°$Celsius. Varmestrømmen gjennom de tre delene er

$$\Phi_1 = (Ak_{\text{Al}}/L_{\text{Al}})(T_1 - T_0)$$

$$\Phi_2 = (Ak_{\text{Cu}}/L_{\text{Cu}})(T_2 - T_1)$$

$$\Phi_3 = (Ak_{\text{Messing}}/L_{\text{Messing}})(T_3 - T_2).$$

Varmestrømmen Φ gjennom stangen er lik varmestrømmen gjennom hver av delene av stangen $\Phi_1 = \Phi_2 = \Phi_3$. Dette gir to likninger med to ukjente. Vi finner Φ ved å dele hver av Φ verdiene med Ak/L og så legge dem sammen. Da vil de to ukjente T_1 og T_2 kanselere og vi får at

$$\Phi\left((Ak_{\text{Al}}/L_{\text{Al}})^{-1} + (Ak_{\text{Cu}}/L_{\text{Al}})^{-1} + (Ak_{\text{Al}}/L_{\text{Al}})^{-1}\right) = T_3 - T_0.$$

Dette gir Φ som ovenfor.

b) Temperaturen T_1 mellom aluminiumsdelen og kobberdelen finner vi fra beskrivelsen av varemstrømmen gjennom aluminiumsdelen $\Phi_1 = Ak_{\text{Al}}/L_{\text{Al}}(T_1 - T_0)$. Dette gir

$$T_1 = \Phi_1/(Au_{\text{Al}}) + T_0 = (25.5 + 50)°\text{Celsius} = (75.5)°\text{Celsius}.$$

Tilsvarende er T_2 gitt ved

$$T_2 = T_3 - \Phi_1/(Au_{\text{Messing}}) = (120 - 24)°\text{Celsius} = (96)°\text{Celsius}.$$

Oppgave 2

En lyspære med glødetråd bruker 25W. Temperaturen til glødetråden er 2200°Celsius. Glødetråden er ikke et perfekt sort legeme og koeffisienten ϵ er 0.30. Hva er overflatearealet til glødetråden?

Stefan-Boltzmanns lov sier at strålingen fra et legeme med temperature T og overflateareal A er gitt ved

$$\Phi = \epsilon\sigma A T^4,$$

hvor Stefan-Boltzmanns konstant er $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} W m^{-2} K^{-4}$.

Temperaturen til glødetråden i Kelvin er $2473K$. Vi går ut i fra at all varmetransport fra glødetråden er stråling. Da er strålingseffekten 25W. La A vere overflatearealet til glødetråden. Ved Stefan-Boltzmanns lov er overflatearealet gitt ved

$$A = \Phi/(\epsilon\sigma T^4) = \frac{25W}{0.3 \cdot 5.67 \cdot 10^{-8} W m^{-2} K^{-4} \cdot (2473K)^4} =$$

$$3.9 \cdot 10^{-5} m^2 = 0.39 cm^2 (= 39 mm^2).$$

Oppgave 3

a) I denne oppgaven skal dere regne ut hva temperaturen på jorda ville vært hvis vi går utfra at jordas temperature er slik at strålingen fra jorda er lik strålingen som jorda mottar fra sola. (Jorda ikke er er perfekt sort legeme, men på den annen side så vil en del av strålingen fra jorda reflekteres i atmosfæren.)

Strålingen fra sola på jorda per kvadratmeter når strålingen er vinkelrett på arealet er

$$1.3kW/m^2.$$

Husk at en sirkel med radius R har areal πR^2 og en kule med radius R har overflateareal $4\pi R^2$.

b) Hva ville temperaturen på jorda vært hvis vi hadde fult sollys døgne rundt over hele jorda?

a) La R være radien til jorden (vi går utfra at jorden er en kule). Arealet som solstrålene dekker er πR^2 (vinkelrett på strålene). Varmeoverføringen til jorden har derfor effekt $1.3kW/m^2 \cdot \pi R^2$. Overflaten til jorden er $4\pi R^2$ så strålingen fra jorden er $\Phi = 4\pi R^2 \epsilon \sigma T^4$. Like mye energi stråles ut som det blir mottatt per tidsenhet når

$$1.3kW/m^2 \cdot \pi R^2 = 4\pi R^2 \epsilon \sigma T^4.$$

Dette gir at

$$T^4 = (1.3kW/m^2)/(4\epsilon\sigma).$$

Vi antar at $\epsilon = 1$ og finner at

$$T = \sqrt[4]{(1.3kW/m^2)/(4\sigma)} = 275K.$$

Jordtemperaturen vil da vere 2°Celsius.

b) Som i a) bare at nå er varmeoverføringen til jorden $1.3kW/m^2 \cdot 4\pi R^2$ siden hele jordoverflaten mottar stråling hele tiden (middagssol hele døgnet alle steder). Dette gir at

$$T = \sqrt[4]{1.3kW/m^2/\sigma} = 275K \cdot \sqrt{2} = 389K.$$

Jordtemperaturen vil da vere 116°Celsius.

(Konsekvensene av dette hadde vert fatale. Dette er over kokepunktet til vann ved 1 atmosfæres trykk.)

Oppgave 4

En transistor er festet til en matt og svart kjøleplate av aluminium. Platen er 3mm tykk og kvadratisk med sider 20.0 cm og 22.0 cm. Platen står vertikalt med luft på begge sider og lufttemperaturen i rommet er 30°C. Temperaturen på kjøleplata ligger konstant på 85°C.

Hva er effekttapet i transistoren? Hvor stor andel av dette kommer fra varmestråling?

(Dere kan gå utfra at platen er et perfekt sort legeme. Vi ser også bort fra varmeleding fra platen gjennom luften samt samt konveksjon fra sidekantene.)

Vi ser bort fra tykkelsen til platen og vi ser bort fra varmeleding. Overflaten er

$$A = 2 \cdot 0.20m \cdot 0.22m = 0.088m^2$$

siden platen har to sider. Varmetransport fra stråling er differansen: stråling ut - stråling inn. Temperaturen på platen er $(273 + 85)K = 358K$, temperaturen i rommet (som bidrar til stråling på platen) er $(273 + 30)K = 303K$. Varmetransport fra stråling er derfor

$$\Phi_s = \sigma A((358K)^4 - (303K)^4)) = 39.9W.$$

Varmetransport fra konveksjon er gitt ved

$$\Phi_k = A(\Delta T)^{5/4} 1.8 W m^{-2} K^{-5/4} = 23.7W.$$

Effekttapet til transistoren (basert på våre antakelser) er derfor

$$\Phi_s + \Phi_k = 63.6W.$$

Andelen av effektapet som blir transportert som strålling er

$$\frac{\Phi_s}{\Phi_s + \Phi_k} = 0.627$$

eller 63 prosent.