

Avdeling for ingeniørutdanning

Eksamen i Matematikk Forkurs

Dato: 1 Juni 2010

Tid: 5 tim 9⁰⁰ - 14⁰⁰

Antall sider inklusive forside: 3

Antall oppgaver: 5

Tillatte hjelpemidler: GODKJENT KALKULATOR

Merknad: Kandidaten må selv kontrollere at oppgavesettet er fullstendig. Ved eventuelle uklarheter i oppgaveteksten skal du redegjøre for de forutsetninger du legger til grunn for løsningen.

Faglig veileder: DANIEL LARSSON

Utarbeidet av (faglærer):	Kontrollert av (en av disse):			Studieleders/ Fagkoordinators underskrift:
	Annen lærer	Sensor	Studieleder/ Fagkoordinator	
Daniel Larsson	Helvord Færevik			Kjetil Grønning

Emnekode: FA 929 A

Eksamen FO929A Matematikk

Dato:	1. juni 2010
Vedlegg:	Formelsamling
Tillatte hjelpemidler:	Godkjent kalkulator
Godkjent:	Minst 19 av totalt 48 poeng

Oppgave 1.

La $P(z) = z^3 - 3z^2 - 9z - 5$. Vis mellomregningen i løsningene av oppgavene nedenfor!

- (a) Beregn verdien $P(\sqrt{5})$. Svaret skal gis eksakt. (2p)
- (b) Løs likningen $P(z) = 0$. (3p)
- (c) Løs ulikheten $P(z) \leq 0$. (2p)

Oppgave 2.

La $u = (0, 1, 2)$ og $v = (1, -3, -2)$ være to vektorer.

- (a) Beregn skalarproduktet $u \cdot v$ og vektorproduktene $u \times v$ og $v \times u$. (2p)
- (b) Bruk (a) til å avgjøre om u og v er ortogonale vektorer, parallelle vektorer eller ingen av delene. Svaret skal begrunnes. (2p)
- (c) Vis at vektoren $w = (1, 3, 3)$ *ikke* ligger i planet som er utspent av vektorene u og v . (2p)

Oppgave 3.

- (a) La $\triangle ABC$ være en trekant hvor $\angle A = 60^\circ$, $|AB| = 2$ og $|AC| = 3$. Beregn arealet til trekanten. Svaret skal gis eksakt. (2p)
- (b) Løs likningen $5 \sin \alpha + 3 = 0$, hvor $\alpha \in [0, 2\pi)$. (2p)
- (c) Fra en massiv kube med sider av lengde 5cm fjernes en massiv kule. Beregn volumet av legemet som gjenstår når kulen som fjernes fra kuben er størst mulig. Svaret skal gis eksakt. (3p)
- (d) I trekanten $\triangle ABC$ er $\angle A = 17^\circ$. Punktet P ligger på linjestykke AB slik at $|AP| = 2$. Vinkelen $\angle CPB$ er 42° . Hva er lengden $|AC|$? (3p)

Oppgave 4.

(a) Deriver følgende funksjoner: (3p)

(i) $f(x) = 2 + \sqrt{x} + 1/x$;

(ii) $g(x) = (x^2 + 1) \cos(\pi x)$;

(iii) $h(x) = \ln(e^{2x} \sin(x))$.

(b) La $f(x) = \ln(x^3 - x)$. (3p)

(i) Bestem den største mulige definisjonsmengden til $f(x)$.

(ii) Bestem de stasjonære punktene til $f(x)$.

(iii) Bestem den største og den minste verdien til funksjonen $f(x)$ (hvis de eksisterer).

(c) Beregn følgende ubestemte integraler: (5p)

$$\int \sqrt{x} dx, \quad \int \frac{3}{7-x} dx, \quad \int \frac{3x}{x^2-2} dx, \quad \int (x+1) \sin(2x) dx.$$

(d) Beregn følgende bestemte integraler (svarene skal gis eksakt): (6p)

$$\int_{-1}^1 (x^2 - x(x+1)) dx, \quad \int_{-\pi}^{\pi} x^{17} \cos(x) dx,$$

$$\int_0^3 x e^{1-x} dx, \quad \int_{-\pi}^{\pi} \sin^6(x/2) \cos(x/2) dx.$$

Oppgave 5.

Anta at vi har gass i en (liten) beholder som er plassert i et (uendelig) stort rom. Beholderen åpnes ved tiden $t = 0$ og gassen sprer seg ut i rommet. Anta gassbeholderen er plassert i origo. Gassen sprer seg like mye i alle retninger. Det er derfor tilstrekkelig å se på tettheten av gassen langs x -aksen. En modell gir at tettheten av gassen i punkt $(x, 0, 0)$ ved tiden t er gitt ved

$$\rho(x, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi t}} e^{-\frac{x^2}{2t}}, \quad t > 0.$$

(a) Hva skjer med $\rho(x, t)$ for en fast t -verdi når $x \rightarrow \infty$? (2p)

(b) Hva skjer med funksjonen $\rho(x, t)$ for en fast x -verdi når $t \rightarrow \infty$? (2p)

(c) Er resultatene i (a) og (b) fysikalsk rimelige? (2p)

(d) For hvilken t -verdi er $\rho(2, t)$ størst? (2p)