

EKSAMENSSAMARBEIDENDE FORKURSINSTITUSJONER

Forkurs for 3-årig ingeniørutdanning og integrert masterstudium i teknologiske fag og tilhørende halvårig realfagskurs.

Universitetet i Sørøst-Norge, OsloMet, Høgskulen på Vestlandet, Høgskolen i Østfold, NTNU, Universitetet i Agder, Universitetet i Stavanger, UiT-Norges arktiske universitet, NKI.

Eksamensoppgave

MATEMATIKK

Bokmål

06. august 2019

kl. 9.00-14.00

Hjelpemidler:

Godkjente formelsamlinger i matematikk og fysikk.

Godkjent kalkulator.

Andre opplysninger:

Oppgavesettet består av 4 sider medregnet forsiden, og inneholder 8 oppgaver.

Alle svar skal begrunnes og ved vurdering teller alle deloppgaver likt.

Oppgave 1

- a) Bestem den deriverte til funksjonen

$$f(x) = \frac{3}{x} - 4x^2\sqrt{x}$$

- b) Bestem den deriverte til funksjonen

$$g(x) = \frac{2x^3 \cos x + 1}{5}$$

- c) Bestem den deriverte til funksjonen

$$k(x) = \ln\left(\frac{x^3}{e^{2x-1}}\right)$$

- d) Hva må forholdet mellom høyden og radien i en sylinder med bunn, men uten lokk, være for at overflatearealet skal være minst mulig når volumet er 1 liter?

Oppgave 2

- a) Vis at 5 er ei løsning av likningen

$$x^3 - 2x^2 - 19x + 20 = 0$$

og faktoreris polynomet fullstendig.

- b) Løs likningen

$$(\ln x)^3 - \ln x^3 = \ln x$$

- c) Finn alle løsningene i intervallet $[-\pi, \pi]$ til likningen

$$\sin(2x) - \sin x = 0$$

Oppgave 3

a) Løs den doble ulikheten

$$x - 2 < 2x - 1 \leq x + 7$$

b) Løs ulikheten

$$\frac{2}{x-1} \geq x$$

Oppgave 4

Avgjør om følgende geometriske rekke konvergerer og finn summen hvis den konvergerer

$$\frac{3}{e} - \left(\frac{e}{3}\right)^2 + \left(\frac{e}{3}\right)^5 - \left(\frac{e}{3}\right)^8 + \left(\frac{e}{3}\right)^{11} - \dots$$

Oppgave 5

a) Regn ut det bestemte integralet

$$\int_{-2}^2 (4x^3 - 2x^2 + 6x + e^2) dx$$

b) Regn ut det ubestemte integralet

$$\int \frac{\cos x}{\sin^2 x} dx$$

c) Bestem volumet til rotasjonslegemet som fremkommer ved å rotere området mellom x -aksen og grafen til $y = e^x$, fra $x = 0$ til $x = 1$, om x -aksen.

d) Løs initialverdiproblemet

$$(y^2 - 1)y' = 3(y + 1)$$

$$\text{der } y(1) = 2$$

Oppgave 6

Finn alle rettvinkla trekanter hvor to av sidene har lengde 5 og 12. I hvert tilfelle, bestem lengden til den tredje siden og bestem vinklene i trekantene.

Oppgave 7

Gitt tre punkt i rommet, $A(0, -1, 2)$, $B(-3, 2, -1)$ og $C(1, 2, -3)$.

- Bestem vektorene \overrightarrow{AB} og \overrightarrow{AC}
- Vis at planet β som går gjennom punktene A, B og C er gitt som løsningene til likningen $x + 3y + 2z - 1 = 0$. Finn også arealet til trekanten ABC.
- Bestem koordinaten til punktet Q i planet β som har kortest avstand til punktet $E(1, 1, 2)$.

Oppgave 8

- I en klasse er det 10 jenter og 15 gutter. Det skal trekkes ut to elever som skal være klasserepresentanter. Hva er sannsynligheten for at begge elevene som trekkes ut er jenter. Og hva er sannsynligheten at begge elevene som trekkes ut er gutter? Regn også ut sannsynligheten for at begge elevene er gutter, hvis vi vet at resultatet av trekningen er at begge elevene har samme kjønn.
- Vi kaster to rettferdige terninger. Regn ut sannsynligheten til følgende hendelser:

S: Summen av terningene er sju eller mer.

T: Den ene terningen viser et oddetall og den andre et partall.

Er hendene S og T uavhengige? Hvis ikke, vil hendelse S gjøre hendelse T mer eller mindre sannsynlig?