

EKSAMENSSAMARBEIDENDE FORKURSINSTITUSJONER

Forkurs for 3-årig ingeniørutdanning og integrert masterstudium i teknologiske fag og tilhørende halvårig realfagskurs.

Universitetet i Sørøst-Norge, OsloMet, Høgskulen på Vestlandet, Høgskolen i Østfold, NTNU, Universitetet i Agder, Universitetet i Stavanger, UiT-Norges arktiske universitet, NKL.

Eksamensoppgave

MATEMATIKK

Bokmål

21. mai 2019

kl. 9.00-14.00

Hjelpemidler:

Godkjente formelsamlinger i matematikk og fysikk.

Godkjent kalkulator.

Andre opplysninger:

Oppgavesettet består av 5 sider medregnet forsiden, og inneholder 10 oppgaver.

Ved vurdering teller alle deloppgaver likt.

Oppgave 1

Løs likningene ved regning. Løsningene skal gis ved eksakte svar.

a) $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x} = \frac{1}{2}$

b) $(\ln x)^2 + 2 \ln x = 8$

c) $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 0 \quad x \in [\pi, 2\pi)$

Oppgave 2

Bestem x og y ut av likningen:

$$\frac{a^{-2} \cdot b^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{a} \cdot (b^2)^{-\frac{1}{2}}} = a^x \cdot b^y$$

Oppgave 3

Deriver funksjonene og forenkle svarene mest mulig.

a) $f(x) = \frac{x^2 - x}{e^x}$

b) $g(x) = \ln\left(\frac{2x+1}{e^{2x}}\right)$

Oppgave 4

Regn ut integralene:

a) $\int x \cdot e^x dx =$

b) $\int 2\pi x \cdot \sin(\pi x^2 + 1) dx =$

c) $\int_0^1 \frac{x-1}{(x+1)(x-3)} dx =$

Oppgave 5

Gitt funksjonen $f(x) = e^x(e^x - 1)$.

- Bestem funksjonens skjæringspunkt med x-aksen.
- Bestem funksjonens toppunkt/bunnpunkt.
- Finn en likning til tangenten til $f(x)$ i punktet $(\ln 2, f(\ln 2))$.

Oppgave 6

- Finn summen av den aritmetiske rekka: $5 + 7 + 9 + \dots + 127 + 129$
- En ball slippes 2 meter fra bakken. Ballen treffer bakken og spretter opp igjen. Hver gang dette skjer reduseres høyden med tjue prosent. Ballen har kun vertikal bevegelse. Hva er den totale distansen ballen tilbakelegger?
- Gitt den geometriske rekka:

$$(x + 1) + 1 + \frac{1}{x + 1} + \frac{1}{(x + 1)^2} + \dots$$

Finn konvergensintervallet for rekka.

Oppgave 7

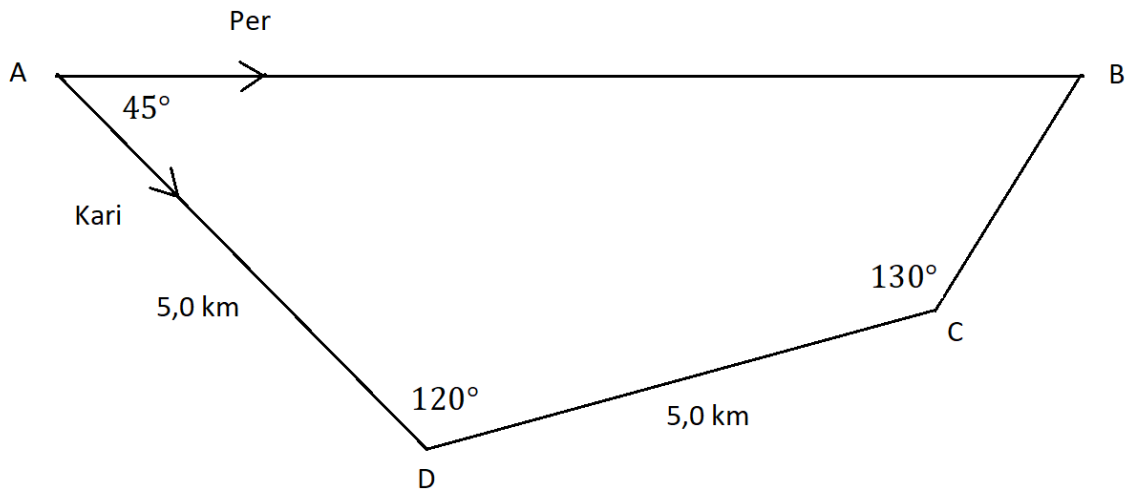
Gitt en trekant ABC hvor koordinatene til A er $(0, 0)$ og koordinatene til B er $(8, 0)$.

$\angle A = 45^\circ$ og $\angle B = 45^\circ$.

Regn ut volumet av legemet vi får når trekanten ABC roterer 360° rundt x-aksen.

Oppgave 8

Per og Kari skal forflytte seg fra A til B. Per går i rett linje fra A til B. Kari går i rette linjer via punktene D og C. Hvor mange prosent lenger enn Per må Kari gå?



Oppgave 9

I et rettvinklet koordinatsystem er følgende punkter gitt:

$A(-2,1,2)$, $B(3,1,1)$ og $C(1,3,-2)$.

- Bestem vektoren $\vec{a} = \overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{BC}$ på koordinatform.
- Regn ut vinkelen mellom \overrightarrow{OA} og \overrightarrow{OB} . Punktet O er origo.
- Vis at planet α som går igjennom punktene A, B og C kan beskrives av likningen:
$$2x + 17y + 10z - 33 = 0$$
- Regn ut volumet av trekantpyramiden (tetraederet) $ABCO$.
- Bestem en parameterframstilling for et plan β som står normalt på α og samtidig inneholder \overrightarrow{OB} .

Oppgave 10

- a) I en klasse er det 10 jenter og 22 gutter. Det er 7 elever som snuser. Av de 7 som snuser er det 3 jenter. Vi trekker ut en tilfeldig valgt elev fra klassen og definerer hendingene:

J : Eleven er ei jente

G : Eleven er en gutt

S : Eleven snuser

Tegn et venndiagram for hendelsene. Beskriv med ord hva vi mener med $P(S|G)$, $P(J|S)$, $P(G \cup S)$ og $P(G|\bar{S})$, og beregn disse sannsynlighetene.

- b) Per trekker tre kort fra en godt blandet kortstokk. Hva er sannsynligheten for at alle kortene er av samme valør? (3 spar eller 3 hjerter eller 3 ruter eller 3 kløver)

(I en kortstokk er det 13 spar, 13 hjerter, 13 ruter og 13 kløver)