

EKSAMENSSAMARBEIDENDE FORKURSINSTITUSJONER

Forkurs for 3-årig ingeniørutdanning og integrert masterstudium i teknologiske fag og tilhørende halvårig realfagskurs.

Høgskolen i Sørøst-Norge, OsloMet, Høgskulen på Vestlandet, Høgskolen i Østfold, NTNU, Universitetet i Agder, Universitetet i Stavanger, UiT-Norges arktiske universitet, NKI.

Eksamensoppgave

MATEMATIKK

Bokmål

06. august 2018

kl. 9.00-14.00

Hjelpemidler:

Godkjente formelsamlinger i matematikk og fysikk.
Godkjent kalkulator.

Andre opplysninger:

Oppgavesettet består av 5 sider medregnet forsiden, og inneholder 5 oppgaver.

Ved vurdering teller alle deloppgaver likt.

Oppgave 1

Forenkle uttrykket:

a)
$$\frac{(a^2b)^{-1} \cdot \sqrt[3]{b^4a}}{(ab)^{-\frac{2}{3}}}$$

Løs likningene ved regning. Løsningene skal gis ved eksakte svar.

b)
$$\sin x + \sqrt{3} \cos x = 0, \quad x \in [0, 2\pi).$$

c)
$$3e^{4x} - 2e^x = 0$$

Løs ulikheten:

d)
$$x^2 - 2x - 35 \leq 0$$

Deriver funksjonene:

e)
$$f(x) = 2 \cos(x^2)$$

f)
$$g(x) = x^{\frac{3}{2}} - 2xe^{-x}$$

Løs integralene:

g)
$$\int \left(-\frac{\sin x}{2}\right) dx$$

h)
$$\int_0^2 \frac{4x-2}{x^2-x+2} dx$$

Oppgave 2

Gitt funksjonen: $f(x) = \frac{x^2}{2x-1}$

- Finn eventuelle skjæringspunkter med koordinataksene.
- Finn funksjonens asymptoter.
- Vis at $f'(x) = \frac{2x(x-1)}{(2x-1)^2}$. Finn funksjonens toppunkt og bunnpunkt.
- Finn arealet av flatestykket avgrenset av $f(x)$, x -aksen og linjene $x = 1$ og $x = 2$.
- Gitt en annen funksjon $g(x) = x$. Finn ved regning skjæringspunktene mellom $f(x)$ og $g(x)$.

Oppgave 3

Gitt punktene $A(3,2,2)$, $B(6,1,-1)$ og $D(3,4,0)$.

- Finn \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AD} , $|\overrightarrow{AB}|$, $|\overrightarrow{AD}|$ og vinkelen mellom \overrightarrow{AB} og \overrightarrow{AD} .
- Vis at koordinatene til punktet C er $(6,3,-3)$, slik at firkant ABCD er et parallellogram.
- Vis at arealet til parallellogrammet ABCD er $2\sqrt{34}$.
- En rett linje, l , går gjennom punktene A og C. Finn parameterframstillingen til linja l .
- Vis at midtpunktet, M, mellom A og C også er midtpunktet mellom B og D.
- Et punkt T(4,2,5) er toppunktet i pyramiden ABCDT. Finn høyden til denne pyramiden.

Oppgave 4

Emma driver med roadracing. Med motorsykkelen i orden og god dagsform, vil Emma vinne løpene hun deltar i. Sannsynligheten for at motorsykkelen er i orden er 30 %, mens sannsynligheten for at god dagsform inntreffer er 25 %. Sannsynligheten for god dagsform når motorsykkelen er i orden er 40 %.

- Finn sannsynligheten for at motorsykkelen er i orden samtidig som at Emma har en god dagsform.
- Er det at motorsykkelen er i orden og Emma har god dagsform uavhengige hendelser?
- Finn sannsynligheten for at motorsykkelen er i orden når Emma har god dagsform.

Etter en ulykke på banen er Emma tvunget til å ta smertestillende tabletter. Tablettene hun har fått inneholder 1,5 mg virkestoff. Kroppen til Emma bryter ned 20 % av det aktive stoffet per døgn. Legen beordrer Emma til å spise en tablett hver dag.

- Forklar hvorfor den geometriske rekka

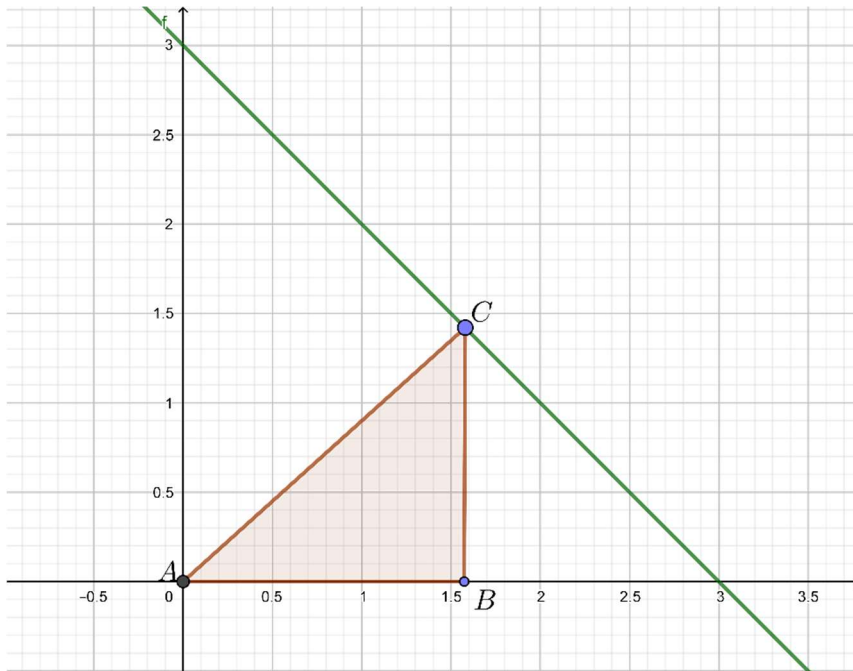
$$1,5 + 1,5 \cdot 0,80 + 1,5 \cdot 0,80^2 + 1,5 \cdot 0,80^3 + \dots$$

uttrykker mengden virkestoff (målt i milligram) i Emma sin kropp.

- Finn kvotienten, k , ledd nr. 6, a_6 , og summen av de seks første leddene, S_6 , i denne geometriske rekka.
- Normalt tåler kroppen 10 mg av virkestoffet. Vil Emma overskride denne grensen ved å fortsette tablettkuren for lenge?

Oppgave 5

Figuren nedenfor viser en del av den rette linjen $f(x) = 3 - x$. Når trekanten ABC roterer 360° om x -aksen, kommer det fram en kjele.



Beregn koordinatene til punktet C når kjeglens volum er størst mulig, og finn kjeglens største volum.