

EKSAMENSSAMARBEIDENDE FORKURSINSTITUSJONER

Forkurs for 3-årig ingeniørutdanning og integrert masterstudium i teknologiske fag og tilhørende halvårig realfagskurs.

Høgskolen i Sørøst-Norge, Høgskolen i Oslo og Akershus, Høgskulen på Vestlandet, Høgskolen i Østfold, NTNU, Universitetet i Agder, Universitetet i Stavanger, UiT-Norges arktiske universitet, Rogaland kurs- og kompetansesenter

Eksamensoppgave

MATEMATIKK

Bokmål

24. mai 2017

kl. 9.00-14.00

Hjelpemidler:

Godkjente formelsamlinger i matematikk og fysikk.
Godkjent kalkulator.

Andre opplysninger:

Oppgavesettet består av 4 sider medregnet forsiden, og inneholder 6 oppgaver.

Ved vurdering teller alle deloppgaver likt.

Oppgave 1

a) Forenkle uttrykket så mye som mulig:

$$\frac{\sqrt{a^3} \cdot a^{\frac{1}{3}}}{a^{\frac{1}{2}} \cdot (\sqrt[6]{a})^2}$$

b) Løs ulikheten:

$$\frac{x+1}{x-2} + \frac{x+2}{x+1} \leq \frac{x^2+4x}{x^2-x-2}$$

Løs likningene ved regning:

c)

$$2\sqrt{3} \sin(2x) - 3 = 0, \quad x \in [0, 2\pi)$$

d)

$$\ln(x^2) - \ln(3x-2) = 0$$

e) En rekke er gitt som:

$$2 + 4e^x + 8e^{2x} + 16e^{3x} + \dots$$

For hvilke verdier av kvotienten k er rekken konvergent?

Deriver funksjonene:

f) $f(x) = \frac{x}{x^3+1}$

g) $g(x) = \ln \sqrt{\cos 2x}$

Regn ut integralene:

h)

$$\int \frac{2 + \sqrt{x}}{x\sqrt{x}} dx$$

i)

$$\int_0^{\infty} x e^{1-x^2} dx$$

j) Løs differensiallikningen:

$$y' + x^2 y = x^2$$

med randkravet $y(0) = 0$.

Oppgave 2

Gitt funksjonen f ved funksjonsuttrykket $f(x) = \frac{4x}{x^2+1}$, $D_f = \mathbb{R}$.

a) Vis at:

$$f'(x) = \frac{-4x^2 + 4}{(x^2 + 1)^2}$$

- b) Bestem koordinatene til eventuelle topp- og bunnpunkter på grafen til f .
- c) Finn eventuelle asymptoter til funksjonen $f(x)$ og skisser grafen med eventuelle asymptoter i intervallet $x \in \langle -5, 5 \rangle$.
- d) Finn tangenten til funksjonsgraf for $x = 0,40$.
- e) Grafen til f og den rette linja $g(x) = \frac{4}{5}x$ avgrenser et flatestykke i første kvadrant. Beregn arealet av flatestykket.

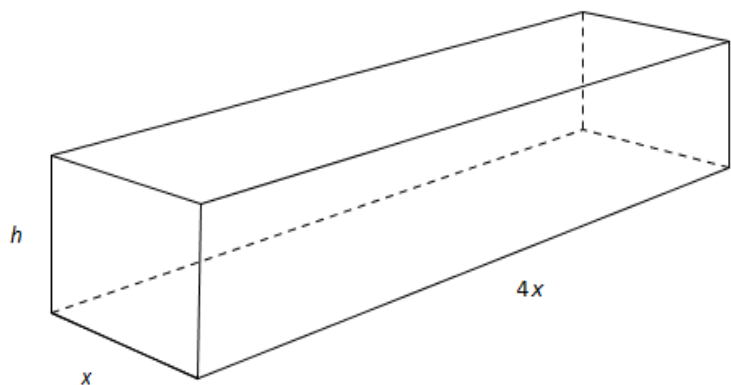
Oppgave 3

Gitt punktene $A(6, 0, 0)$, $B(0, -2, 0)$ og $C(0, 0, 3)$.

- a) Finn arealet av trekanten ABC .
- b) En linje l gjennom C står vinkelrett på ΔABC . Finn en parameterframstilling for denne linjen.
- c) Finn koordinatene til linjen l fra punkt b) sitt skjæringspunkt med xy -planet.
- d) Finn likningen for planet gjennom de tre punktene A , B og C .

Oppgave 4

Vi har et rett prisme der lengden av grunnflaten er fire ganger så stor som bredden. Volumet er 200 cm^3 . Vi setter bredden lik $x \text{ cm}$. Se skissen.



- a) Vis at $h = \frac{50}{x^2}$
- b) Vis at overflaten O av prismet kan skrives:

$$O(x) = \frac{500}{x} + 8x^2$$

- c) Vis at $O'(x) = \frac{-500+16x^3}{x^2}$ og bruk dette til å finne den minste overflaten O som prismet kan ha.

Hva er lengden, bredden og høyden nå?

Oppgave 5

Et tomteareal har form av en trekant ABC der $AB = 120$ m, $\angle A = 45^\circ$ og $\angle B = 30^\circ$.

- Fin de manglende sidene og vinklene i trekanten. Hvis mulig, vis utregning med eksakte verdier.
- Beregn arealet av tomta (med eksakte verdier hvis mulig).
- Anta at ei rett linje CD fra C ned på AB deler tomta i to (D ligger på AB). Arealet av trekanten ADC skal utgjøre en tredjedel av hele tomtas areal. Hvor lang blir AD ?

Oppgave 6

To personer a og b skyter annenhver gang på en ballong. Den som treffer ballongen først har vunnet spillet. La A og B være begivenhetene at henholdsvis a og b treffer ballongen i et enkelt skudd. Anta at disse begivenhetene er uavhengige. Anta at $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{2}$ og at a skyter først.

- Regn ut følgende sannsynligheter:
 - Sannsynligheten for at a bommer i et enkelt skudd (dvs. $P(\bar{A})$).
 - Sannsynligheten for at a bommer på første forsøk og b treffer (dvs. $P(\bar{A} \cap B)$?).
 - Sannsynligheten for at det blir skutt tre ganger og at a vinner spillet.
 - Sannsynligheten for at det blir skutt fem ganger og at a vinner spillet.
 - Den totale sannsynligheten for at det blir skutt en, tre eller fem ganger og at a vinner.
- Hva er sannsynligheten for at a vinner spillet?