

Prøve i	FO929A - Matematikk
Dato:	3. august 2012
Målform:	Bokmål
Antall oppgaver:	5 (20 deloppgaver)
Antall sider:	3
Vedlegg:	Formelsamling
Hjelpemiddel:	Kalkulator

Alle svar skal grunngis. Alle deloppgaver teller like mye.

Oppgave 1

a) Deriver følgende funksjon

$$f(x) = 2/x + 12x^{11} + 1.$$

b) Deriver følgende funksjon

$$g(x) = \frac{x^3 + 2}{\sqrt{x^3 + 2}}.$$

c) Deriver følgende funksjon

$$h(x) = e^{2x+1} \cos(3x - 1) + 2^3.$$

d) Albert pumper luft i en sfærisk ballong. Volumet til ballongen har vekstfart $20 \text{ cm}^3/\text{s}$. Hvor raskt vokser diameteren til ballongen når ballongen har diameter 10 cm ?

e) Finn alle punkt på grafen til $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3x + 1$ hvor tangentlinjen har stigningstall 3. Finn tangentlinjene.

Oppgave 2

a) Finn det bestemte integralet

$$\int_{-3}^3 1 + 2x^2 + 3 \sin(x) dx .$$

b) Finn det ubestemte integralet

$$\int x e^{x^2-1} dx .$$

c) Finn arealet begrenset av x -aksen, grafen til $|x| - 2$ og linjene $x = -3$ og $x = 4$.

d) Finn det bestemte integralet

$$\int_0^{\pi/2} \sin^2 x dx .$$

Oppgave 3

a) Viktor har brukt dagen til å samle tommflasker. Han får 1 krone for små og 2,50 kroner for store flasker. Han har 10 flere små enn store flasker, og får utbetalt 125,50 kroner. Hvor mange små og hvor mange store flasker har Viktor samlet inn?

b) Milla har en bankkonto med fast årlig rente på 5%. Hun setter inn 1000 kr 1. januar 1998. Hun fortsetter å sette inn 1000 kr hver 1. januar frem til og med 1. januar 2009. Hvor mye har Milla på kontoen ved utgangen av 2011?

c) Bestem konstantene a og b slik at både $e^{ax} \cos(bx)$ og $e^{ax} \sin(bx)$ er løsninger til differensiallikningen

$$y'' + 2y' + 3y = 0.$$

Bruk svaret i c) til å finne en funksjon $y(x)$ som er en løsning til differensiallikningen og som oppfyller randbetingelsen $y(0) = 0$ og $y'(0) = 1$.

Oppgave 4 Gitt to vektorer $\vec{V} = [1, 0, -1]$ og $\vec{W} = [1, 1, 0]$.

- Bestem vektorene $3\vec{V} + 5\vec{W}$ og $\vec{V} - \vec{W}$, og finn deres absoluttverdi.
- Bestem parameteren t slik at vektoren $\vec{V} + t\vec{W}$ blir kortest mulig.
- En tredje vektor er gitt ved $\vec{U} = [1, 2, 3]$. Finn volumet til tetraederet utspent av vektorene \vec{V} , \vec{W} og \vec{U} .
- Finn alle vektorer med lengde 1 som har vinkel 45 grader til både \vec{V} og \vec{W} .

Oppgave 5 Gitt funksjonen $f(x) = (x + 1)^2/(x + 2)$.

- Bestem den største definisjonsmengden til $f(x)$. Finn eventuelle skrå, horisontale og vertikale asymptoter.
- Bestem når $f(x)$ vokser og når $f(x)$ avtar. Finn alle topp- og bunnpunkt til $f(x)$.
- Bestem hvor $f(x)$ er konkav opp og konkav ned. Finn eventuelle vendepunkt til $f(x)$.
- Lag en skisse av grafen til $f(x)$.